

**ASTROPHYSIKALISCHE ASPEKTE EINES SPEZIELLEN
PROBLEMS DER TEILCHENPHYSIK**

GEORG GOTTFRIED RAFFELT

1986



Digitized by the Internet Archive
in 2026

**Astrophysikalische Aspekte eines speziellen Problems
der Teilchenphysik**

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

GEORG GOTTFRIED RAFFELT

aus München

München, am 17. März 1986

1. Gutachter: Prof. Dr. GERHARD BÖRNER

2. Gutachter: Prof. Dr. HARALD FRITZSCH

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 1986

ZUSAMMENFASSUNG

Die Frage der Existenz "unsichtbarer Axionen" wird an Hand ihrer astrophysikalischen Konsequenzen untersucht. Aus der Energiebilanz von Hauptreihensternen und weißen Zwergen werden neue Schranken an die Wechselwirkungsparameter dieser und ähnlicher hypothetischer Teilchen gesetzt. — Diese Resultate fußen auf einer Neuberechnung der Energieverluste stellarer Plasmen durch die Ausstrahlung von Axionen. Die systematische Berücksichtigung elektrostatischer Abschirmung (Debye-Hückel-Effekt) korrigiert die effektiven Wirkungsquerschnitte um teilweise mehrere Größenordnungen. — Es wird ferner eine neue Möglichkeit diskutiert, diese Teilchen in einem Labor-experiment nachzuweisen, falls sie, wie häufig angenommen wird, den Hauptbestandteil der "dunklen Materie" der Milchstraße bilden.

DANKSAGUNG

Mein Dank gilt Prof. GERHARD BÖRNER und Prof. LEO STODOLSKY für die Betreuung dieser Dissertation, für die enge Zusammenarbeit sowie für Anregungen und Ermutigungen in zahlreichen Gesprächen. Darüber hinaus danke ich allen Mitarbeitern des Max-Planck-Instituts für Physik und Astrophysik in München, die direkt oder indirekt das Zustandekommen dieser Arbeit gefördert haben. Ich danke der Max-Planck-Gesellschaft für die Gewährung eines Doktorandenstipendiums.

Inhaltsverzeichnis

Einführung und Überblick	Seite 6
------------------------------------	---------

I. Teil: Vorhersage und Eigenschaften der Axionen

1. Das CP-Problem und die Vorhersage von Axionen	
1.1 Das CP-Problem der starken Wechselwirkung	11
1.2 Die chirale Lösung	15
1.3 Eine ungewollte Folge: Axionen	17
1.4 Das Standardaxion und Varianten	18
1.5 Unsichtbare Axionen	22
2. Wechselwirkung der Axionen mit Photonen und Elektronen	
2.1 Struktur der Lagrangefunktionen	24
<i>Wechselwirkung mit Fermionen (24). Kopplung an Photonen (26).</i>	
<i>Axion-Photon-Mischung in äußeren Feldern (28).</i>	
2.2 Spezielle Axion-Modelle	29

II. Teil: Axionen und die Kühlung von Sternen

3. Kühlung von Sternen und Schranken an Axionen	
3.1 Sternkühlung durch Teilchenemission	32
3.2 Erste Schranken an "unsichtbare" Axionen	33
3.3 Bedeutung von Abschirmeffekten	35
3.4 Bremsstrahlungsprozesse und neue Schranken	37
3.5 Das Heliumbrennen	39
4. Photoproduktion von Axionen in einem dichten Plasma	
4.1 Problemstellung und Vereinfachungen	41
4.2 Interferenz zwischen Primakoff- und Compton-Amplitude	44
4.3 Primakoff-Prozeß	46
<i>Wirkungsquerschnitt (46). Statistischer Formfaktor (48). Energieverlust eines Plasmas (51). Energiespektrum (59).</i>	
4.4 Compton-Prozeß	54
4.5 Plasmon-Zerfall	55

5. Bremsstrahlungsproduktion in einem dichten Plasma	
5.1 Problemstellung	57
5.2 Nichtrelativistisches, nichtentartetes Plasma	58
<i>Bremsstrahlung in Elektron-Kern-Stößen (58). Elektro-Primakoff-Effekt (60). Elektron-Elektron-Stöße (61). Energiespektrum (63).</i>	
5.3 Entartetes, relativistisches Plasma	64
6. Neue Schranken an "unsichtbare" Axionen	
6.1 Die Sonne	68
6.2 Rote Riesen	71
6.3 Weiße Zwerge	74
<i>Vorbemerkungen (74). Kühlung durch Axionemission (75). Vergleich mit Beobachtungsdaten (77).</i>	
6.4 Astrophysikalische Axion-Schranken im Überblick	78

III. Teil: Sind astrophysikalische Axionflüsse unsichtbar?

7. Axionen in galaktischen Halos	
7.1 Axionen als dunkle Materie — ein Überblick	80
7.2 Galaktische Axionhalos sind dunkel	84
<i>Lichtbrechung (84). Stimulierter Axionzerfall (87). Spontanes Leuchten der Halos (88).</i>	
8. Messung astrophysikalischer Axionflüsse im Labor	
8.1 Nachweismöglichkeiten galaktischer Axionen	90
8.2 Spin-Resonanz — eine Alternative?	91
<i>Ein Axion-Detektor durch Spin-Kopplung (91). Makroskopische Elektrodynamik (93). Spin-Resonanz (94).</i>	
8.3 Nachweismöglichkeiten solarer Axionen	96

Schlußbemerkung	100
Lebenslauf	102

Einführung und Überblick

Als JOSEPH VON FRAUNHOFER um das Jahr 1814 die nach ihm benannten dunklen Linien im Spektrum des Sonnenlichts als erster systematisch untersuchte, begründete er unbewußt zwei Teilgebiete der physikalischen Wissenschaften, die im 20. Jahrhundert das naturwissenschaftliche Weltbild nachhaltig verändern sollten, nämlich die Quantenphysik als die Wissenschaft vom mikroskopischen Aufbau der Materie und die Astrophysik als die Wissenschaft von den größten Strukturen im Universum. Die Spektrallinien bergen ja einerseits den Schlüssel zum Verständnis des Atombaus und erlauben andererseits, auch weit entfernte Himmelsobjekte jenseits der Jahrtausendlang fast ausschließlich betriebenen Positionsastronomie physikalisch zu untersuchen.

Die enge Beziehung zwischen der Wissenschaft vom Größten und der vom Kleinsten vertiefte sich in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts, als die Energieresourcen für das Leuchten der Sterne als nukleare Bindungsenergie identifiziert wurden. Die Synthese der chemischen Elemente kann auf diese Weise zwanglos erklärt werden.¹⁾ Entartete Sterne—weiße Zwerge und Neutronensterne—können nur durch die unmittelbare Anwendung derselben physikalischen Prinzipien verstanden werden, die auch zur Erklärung der Stabilität der Atome herangezogen werden.²⁾ Die tatsächliche Beobachtung solcher "unheimlicher Sterne" ist dann eine der spektakulärsten Bestätigungen quantenphysikalischer Prinzipien außerhalb des Bereichs der eigentlichen Mikrophysik.

Die Entdeckung der kosmischen Mikrowellenstrahlung im Jahr 1964 durch PENZIAS und WILSON—genau 150 Jahre nach FRAUNHOFERS Messungen—überzeugte fast alle Physiker und Astrophysiker davon, daß das Universum aus einer dichten, heißen Anfangsphase thermischen Gleichgewichts hervorgegangen sei, ein Zustand, in dem die Gesetze der Teilchenphysik bei Energien wirksam werden, die heute und in der vorhersehbaren Zukunft auch an den größten Beschleunigermaschinen nicht erreichbar sind. Daher ist die Entwicklung der Kosmologie und Kosmogonie als naturwissenschaftliche Disziplinen untrennbar mit einem Erkenntnisfortschritt der Gesetze des Kleinsten verknüpft.³⁾

Diese Andeutungen mögen als Beleg dafür genügen, daß ein konsistentes Verständnis

¹⁾D. D. CLAYTON, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis* (McGraw-Hill, New York, 1968).

²⁾S. L. SHAPIRO, S. A. TEUKOLSKY, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects* (Wiley, New York, 1983).

³⁾J. D. BARROW, "Cosmology and elementary particles", *Fund. Cosmic Phys.* **8** (1983) 83.

der größten und der kleinsten Strukturen der Welt nicht unabhängig voneinander möglich ist. Der eine Bereich ist stets ein Experimentierfeld für den anderen, um neue Ideen und Theorien zu verifizieren oder zu falsifizieren oder um Erklärungen für neue Phänomene zu finden. "Die Wissenschaft der Astroteilchenphysik", schreibt der Teilchenphysiker A. SALAM,⁴⁾ "ist die fundamentale Naturwissenschaft von heute."

Das teilchenphysikalische Problem, dessen astrophysikalischen Konsequenzen die hier vorgelegte Dissertation gewidmet ist, ist ein Beispiel für eine theoretische Fragestellung, die *nur im Rahmen der Astroteilchenphysik einer empirischen Untersuchung* jenseits willkürlicher Spekulationen zugänglich ist. Es handelt sich um das Problem der "unsichtbaren Axionen", die als unumgängliche Konsequenz eines Versuchs, das CP-Problem der starken Wechselwirkung zu lösen, vor einigen Jahren vorhergesagt worden sind. Diese hypothetischen Teilchen besitzen so schwache Wechselwirkungen mit "gewöhnlicher" Materie und mit elektromagnetischer Strahlung, daß jeder Versuch, sie in einem Laborexperiment zu erzeugen und nachzuweisen, von vornherein zum Scheitern verurteilt ist.

Diese "Unsichtbarkeit" der Axionen ist jedoch genau die Eigenschaft, die diesen Teilchen in der Astrophysik eine wichtige Rolle zumessen könnte. Wenn sie nämlich im Innern von Sternen entstünden, würden sie praktisch ungehindert von dort entkommen, auf diese Weise Energie davontragen und den Stern kühlen. Typische Reaktionen, die zur Emission solch exotischer Strahlung führen, sind die Photoproduktion, $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$, und die axionische Bremsstrahlung, $e^- + Ze \rightarrow Ze + e^- + a$, wobei a für das neue Teilchen steht. Wegen der enormen Dichte von Elektronen, Kernen und Photonen in typischen stellaren Plasmen kann man sich vorstellen, daß trotz ihrer schwachen Wechselwirkung ein beachtlicher Axionfluß entsteht. Das setzt freilich voraus, daß ihre Masse so klein ist, daß die Ausstrahlung nicht durch den Boltzmannfaktor $e^{-m_a/T}$ unterdrückt wird.

Diese Bedingung ist für "unsichtbare" Axionen erfüllt. Für diese Teilchen besteht nämlich ein Zusammenhang zwischen Masse und Wechselwirkungsstärke. Aus der Forderung, daß die Axionabstrahlung der Sonne ihre Photoluminosität nicht wesentlich übersteigen soll, folgt für die "axionische Feinstrukturkonstante", mit der sie an Elektronen koppeln, die Schranke $\alpha_{axe} < 2 \times 10^{-22}$. Sie wechselwirken mit Elektronen also rund 10^{20} mal schwächer als Photonen. In einem typischen Axionmodell ist dann die Masse dieser Teilchen durch $m_a < 3 \text{ eV}$ begrenzt.

Die Berechnung der Raten, mit denen Axionen aus stellaren Plasmen abgestrahlt werden, erfordert die Berücksichtigung der Korrelation der Bewegungen der Streu-

⁴⁾ A. SALAM, "Astro-Particle-Physics", Preprint des International Centre for Theoretical Physics, Triest, IC/85/227 (Sept. 1985).

zentren, die für die Emission dieser Teilchen in Frage kommen. Das bedeutet, daß man nicht einfach die Wirkungsquerschnitte isolierter Reaktionspartner mit den entsprechenden Anzahldichten multiplizieren darf, was auf eine inkohärente Addition von Übergangsraten hinausläufe. Vielmehr müssen Interferenzeffekte berücksichtigt werden, die in diesem Zusammenhang im wesentlichen als Abschirmeffekte elektrischer Ladungen in einem Plasma interpretiert werden können (Debye-Hückel-Effekt). Die Raten werden hierdurch teilweise um mehrere Größenordnungen reduziert. Die Diskussion dieses Sachverhalts ist einer der wesentlichen neuen Beiträge zu dem Problem der astrophysikalischen Axionschranken, die in dieser Dissertation vorgelegt werden.⁵⁾

Der zweite wesentliche Beitrag ist die Berücksichtigung weißer Zwerge als potentielle Quellen axionischer Strahlung. Die Kühlgeschwindigkeit dieser Sterne ist aufgrund ihrer empirischen Luminositätsfunktion und Geburtsrate gut bekannt. Die Forderung, daß die Kühlung durch Axionabstrahlung diese empirische Zeitskala respektiert, führt auf die neue Schranke $\alpha_{ee} \lesssim 10^{-26}$ oder $m_a \lesssim 10^{-2}$ eV. Das ist eine der besten verfügbaren Grenzen dieser Art.⁶⁾

Solche Schranken sind über das Axionproblem hinaus von Interesse, da man die gleiche Wechselwirkungsstruktur, die für Axionen charakteristisch ist, auch für andere hypothetische Teilchen erwartet. Wenn diese Teilchen, ebenso wie die Axionen, die Nambu-Goldstone-Bosonen einer spontan gebrochenen Symmetrie der fundamentalen Wechselwirkungen sind, sind sie masselos (oder zumindest sehr leicht), so daß die hier vorgetragenen astrophysikalischen Argumente ebenfalls angewandt werden können.

Es ist vielfach spekuliert worden, daß im frühen Universum so viele Axionen entstanden seien, daß die dynamische Entwicklung des Universums durch ihre Massenverteilung bestimmt wäre. Dann bestünden die dunklen Halos der Galaxien, deren Existenz sich lediglich durch ihre Gravitationswirkung manifestiert, vor allem aus "unsichtbaren" Axionen. Im Falle unserer eigenen Milchstraße wäre dann auf der Erde mit einem enormen, diffusen Axionfluß zu rechnen, der sich in Energieeinheiten auf 1 mW/cm^2 belaufen würde, rund zwei Größenordnungen unter der Solarkonstanten von 136 mW/cm^2 . In jüngster Zeit sind Vorschläge gemacht worden, diesen Fluß in Laborexperimenten nachzuweisen, die von mehreren experimentellen Gruppen vorbereitet werden. Der Nachweis des Axionflusses beruht hier auf der Kopplung der Axionen an das elektromagnetische Feld, die es ermöglicht, daß sich Axionen in einem äußeren,

⁵⁾Mit Genehmigung des Dekans der Fakultät für Physik sind diese Resultate bereits veröffentlicht worden: G. G. RAFFELT, "Astrophysical axion bounds diminished by screening effects", *Phys. Rev. D* **33** (1986) 897.

⁶⁾Mit Genehmigung des Dekans der Fakultät für Physik sind diese Resultate bereits veröffentlicht worden: G. G. RAFFELT, "Axion constraints from white dwarf cooling times", *Phys. Lett.* **166 B** (1986) 402.

statischen Magnetfeld in Photonen verwandeln und umgekehrt (Primakoff-Effekt).

In der hier vorgelegten Arbeit wird ein neuer Vorschlag unterbreitet, der in ähnlicher Weise auf die Messung der Axion-Elektron-Kopplung abzielt. Der wesentliche Aspekt dieses Vorschlags ist die Beobachtung, daß diese Kopplung derartig strukturiert ist, daß ein oszillierendes Axionfeld auf Elektronenspins wie ein oszillierendes Magnetfeld wirkt. Unter Ausnutzung des Effektes der Elektronenspinresonanz erscheint es nicht völlig ausgeschlossen, daß das galaktische Axionfeld in einem Mikrowellenschaltkreis ein nachweisbares Signal induziert.

Die Darstellung der Resultate, die hier nur kurz angedeutet worden sind, gliedert sich in drei Teile, die dem teilchenphysikalischen, dem astrophysikalischen und dem kosmologischen sowie experimentellen Aspekt des Axionproblems gewidmet sind. Im ersten Teil (Kap. 1 und 2) wird das CP-Problem der starken Wechselwirkung und seine Lösung mit Hilfe des Peccei-Quinn-Mechanismus erläutert, dessen notwendige Konsequenz die Existenz der Axionen ist. Die experimentellen und astrophysikalischen Befunde, die das "Standardaxion" ausschließen, werden möglichst vollständig referiert. Es wird auch auf Spekulationen hingewiesen, die in den vergangenen Monaten bestimmte unerklärte Phänomene bei Schwerionenstößen mit diesem Teilchen in Verbindung gebracht haben. In Kap. 2 werden die phänomenologischen Eigenschaften der "unsichtbaren" Axionmodelle zusammengefaßt, auf denen die weiteren Rechnungen basieren.

Der zweite Teil (Kap. 3 – 6) beschäftigt sich mit den astrophysikalischen Schranken, die durch den Effekt hergeleitet werden können, den die Axionausstrahlung auf die thermische Entwicklung der Sterne hätte. Dazu wird in Kap. 3 zunächst ein möglichst vollständiger Überblick über die existierenden Arbeiten gegeben und durch einfache Argumente die Notwendigkeit neuer Berechnungen begründet. In Kap. 4 wird die Energieverlustrate eines Plasmas durch die Ausstrahlung von Axionen berechnet, wobei nur Prozesse berücksichtigt werden, in denen sich Photonen in Axionen verwandeln. Elektrostatische Abschirmeffekte werden hier detailliert berücksichtigt. In Kap. 5 werden ähnliche Rechnungen für Bremsstrahlungsprozesse durchgeführt, wobei im Hinblick auf weiße Zwerge auch der Fall eines entarteten, relativistischen Plasmas behandelt wird, während sich die Rechnungen ansonsten auf den Fall eines nichtentarteten, nichtrelativistischen Plasmas beschränken. In Kap. 6 werden diese Resultate ausgenützt, um aus dem Alter der Sonne und der beobachteten Anzahl weißer Zwerge neue Schranken an die Parameter der Axionmodelle herzuleiten. Die potentielle Bedeutung der Axionen für die Kühlung roter Riesen wird ebenfalls behandelt. Eine Zusammenfassung dieser Resultate findet sich in den Tabellen V und VI auf S. 78 und 79.

Der dritte Teil (Kap. 7 und 8) schließlich konzentriert sich auf die Möglichkeit, daß Axionen die dunkle Materie im Universum darstellen. Dazu werden in Kap. 7 zunächst die Axionschranken erläutert, die sich aus der Forderung ergeben, daß es in der Welt

nicht mehr Axionen gibt, als mit der beobachteten, mittleren Massendichte vereinbar ist. Dann werden verschiedene Effekte diskutiert, die Axionen auf die Ausbreitung elektromagnetischer Strahlung in Galaxien haben könnten. Es stellt sich heraus, daß alle diese Effekte um viele Größenordnungen zu klein sind, um beobachtet werden zu können. In Kap. 8 wird die Möglichkeit erörtert, den galaktischen Axionfluß nachzuweisen und ein neuer Vorschlag gemacht, hierfür die Axion-Elektron-Kopplung im Rahmen eines Spinresonanzexperiments auszunützen. Die Möglichkeit, den solaren Axionfluß zu messen, wird im Licht der neuen Axionschranken kurz untersucht.

In einer Schlußbemerkung werden die wichtigsten Resultate zusammengefaßt.

I. TEIL: VORHERSAGE UND EIGENSCHAFTEN DER AXIONEN

1. Das CP-Problem und die Vorhersage von Axionen

In diesem Kapitel wird der teilchenphysikalische Aspekt des Axionproblems erörtert. Zunächst wird erläutert, worin das CP-Problem oder Θ -Problem der starken Wechselwirkung besteht und wie es durch die Einführung der chiralen Peccei-Quinn-Symmetrie gelöst wird. Die Brechung dieser Symmetrie hat dann nach dem Goldstone-Theorem die Existenz der "Axionen" zur Folge. Es wird ein Überblick über die Geschichte des "Standard-Axions" und die Erfindung der "unsichtbaren Axionen" gegeben.

1.1 Das CP-Problem der starken Wechselwirkung

In den vergangenen anderthalb Jahrzehnten hat sich in der Teilchenphysik die Erkenntnis durchgesetzt, daß die Struktur der Materie im subnuklearen Bereich mit Hilfe von Eichtheorien der fundamentalen Wechselwirkungen erfolgreich beschrieben werden kann.⁷⁾ In dieser Beschreibung wird der Mikrokosmos von massiven Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, den Quarks und Leptonen, bevölkert, die miteinander durch Eichbosonen, nämlich den masselosen Gluonen und Photonen und den massiven W- und Z-Bosonen, in Wechselwirkung treten.

Diese Beschreibung läßt vorläufig jedoch zahlreiche Fragen offen, insbesondere ist völlig ungeklärt, warum die schwache Wechselwirkung die Paritätssymmetrie verletzt und damit Linkshändigkeit vor Rechtshändigkeit auszeichnet. Es ist auch unverstanden, warum sie die CP-Symmetrie verletzt, d.h. warum Materie von Antimaterie in einem absoluten Sinn, etwa durch Beobachtung bestimmter Kaon-Zerfälle,⁸⁾ unterschieden werden kann. Ferner fehlt es völlig an einer Erklärung für die relativen und absoluten Werte der Massen der Quarks und Leptonen. Ein Problem, das verschiedene dieser Fragen gleichzeitig berührt, ist das CP-Problem der starken Wechselwirkung.⁹⁾

⁷⁾T. D. LEE, *Particle Physics and Introduction to Field Theory* (Harwood, Chur, 1981).

⁸⁾E. D. COMMINS, P. H. BUCKSBAUM, *Weak interactions of leptons and quarks* (Cambridge University Press, Cambridge, 1983).

⁹⁾Der folgende Überblick orientiert sich an: R. D. PECCEI, "CP violation: Soft or hard breaking?",

Die Lagrangefunktion, die im Rahmen der Quantenchromodynamik (QCD) die starke Wechselwirkung der Quarks und Gluonen beschreibt, wäre nach "naiver" Erwartung¹⁰⁾

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{N_f} (i\bar{q}_j \gamma^\mu D_\mu q_j - m_j \bar{q}_j q_j). \quad (1.1)$$

Hierin ist $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu V_\nu^a - \partial_\nu V_\mu^a + g_s f^{abc} V_\mu^b V_\nu^c$ der Feldtensor der Gluonen, wobei V^a das Color-Oktett ($a = 1, \dots, 8$) des Gluonvektorfeldes und f^{abc} die Strukturkonstanten der $SU_C(3)$ -Algebra sind. $D_\mu = \partial_\mu - ig_s T^a V_\mu^a$ ist die kovariante Ableitung mit den acht $SU_C(3)$ -Generatoren T^a , die die Eichinvarianz der Lagrangefunktion garantiert und gleichzeitig die Kopplung der Quarks an die Gluonen beschreibt. g_s ist die starke Kopplungskonstante. Die q_j sind die Color-Triplett-Diracfelder der Quarks, wobei der Index $j = 1, \dots, N_f$ die verschiedenen Flavors (u, d, s, c, t, b) beschreibt, d.h. N_f ist die Anzahl der Flavors, die nach gegenwärtiger Kenntnis mit $N_f = 6$ beziffert wird. m_j ist die (reelle) Masse des Quarkflavors j .

Die durch diese Lagrangefunktion beschriebenen Teilchenreaktionen respektieren die Paritäts-, Ladungskonjugations- und Zeitumkehrsymmetrie, wie es der experimentellen Erfahrung entspricht. $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$ erfährt jedoch zwei Modifikationen, eine durch die schwache und eine durch die starke Wechselwirkung, die diesen Sachverhalt ändern.

Die erste Modifikation betrifft den Massenterm der Quarks, die im Rahmen des Standardmodells der schwachen Wechselwirkung zunächst masselose Teilchen sind. Sie wechselwirken mit dem dort auftretenden Higgsfeld derartig, daß der nichtverschwindende Vakuumerwartungswert dieses Feldes ihnen effektive Massen verleiht. Wegen der linkshändigen Struktur der schwachen Wechselwirkung muß der Massenterm dann folgendermaßen modifiziert werden:

$$m_j \bar{q}_j q_j \rightarrow \tilde{m}_j \bar{q}_j^L q_j^R + \tilde{m}_j^* \bar{q}_j^R q_j^L, \quad (1.2)$$

wobei nun $\tilde{m}_j = g_j v$ eine komplexe Konstante ist, die durch die (komplexe) Kopplungskonstante g_j des j -ten Quarkflavors an das (komplexe) Higgsfeld Φ gegeben ist, dessen nichtverschwindender Vakuumerwartungswert $\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ die $SU_L(2)$ -Symmetrie der schwachen Wechselwirkung spontan bricht. $q^L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q$ ist die linkshändige, $q^R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)q$ die rechtshändige Projektion des Quarkfeldes q .

in: M. KONUMA, T. MASKAWA (Hrsg.), *Proc. of the Fourth Kyoto Summer Institute on Grand Unified Theories and Related Topics* (World Science, Singapore, 1981). — F. WILCZEK, "The $U(1)$ problem: Instantons, axions, and familons" (Erice lectures 1983). — P. SIKIVIE, "Invisible axions?" (Fourth Workshop on Grand Unification, Philadelphia, 1983); "Axions in cosmology" (XXI-th Schlading Winter School, Feb. 1982; Gif-sur-Yvette Summer School, Sept. 1982).

¹⁰⁾T. D. LEE (Fn. 7).

Um zu reellen Massentermen der Form $m_j \bar{q}_j q_j$ zu kommen, kann man in dem modifizierten Massenterm die Quarkfelder durch $q_j \rightarrow e^{i\alpha_j \gamma_5} q_j$ neu definieren, d.h. $q_j^L \rightarrow e^{-i\alpha_j} q_j^L$ und $q_j^R \rightarrow e^{+i\alpha_j} q_j^R$. Durch geeignete Wahl der Winkel α_j kann man dann erreichen, daß die hieraus resultierende Transformation $\tilde{m}_j \rightarrow e^{-2i\alpha_j} \tilde{m}_j \equiv m_j$ auf reelle Massenterme führt. Die QCD-Lagrangefunktion Gl. (1.1) würde eine solche Umdefinition der Quarkfelder erlauben.

Tatsächlich erfährt $\mathcal{L}_{\text{QCD}}$ jedoch eine zweite Modifikation, die ihren Ursprung in der speziellen Struktur der starken Wechselwirkung hat. Das QCD-Vakuum besitzt aufgrund von Instanton-Effekten eine nichttriviale topologische Struktur. Dies führt dazu, daß es unendlich viele, nichtäquivalente QCD-Vakua $|\Theta\rangle$ gibt, die durch die Winkelvariable Θ gekennzeichnet werden. Welchen Wert Θ in unserer Welt wirklich annimmt, kann aus der Theorie nicht vorhergesagt werden. Auf dem Niveau der QCD-Lagrangefunktion führt dieser Effekt zu einem zusätzlichen Term, so daß man mit dem dualen Tensor $\tilde{G}_{\mu\nu}^a = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} G^{a\rho\sigma}$ insgesamt folgenden Ausdruck erhält:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \Theta \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{N_f} \left(i \bar{q}_j \gamma^\mu D_\mu q_j - \tilde{m}_j \bar{q}_j^L q_j^R - \tilde{m}_j^* \bar{q}_j^R q_j^L \right). \quad (1.3)$$

Diese Lagrangefunktion ist nun nicht mehr invariant gegenüber den genannten chiralen Phasentransformationen, da sich der Parameter Θ unter solchen Umdefinitionen der Quarkfelder ändert. Dies hat seine Ursache darin, daß der Generator chiraler Transformationen nicht einfach mit der Ladung $Q_A = \int J_A^0 d^3x$ des axialen Stroms $J_A^\mu = \sum_{j=1}^{N_f} \bar{q}_j \gamma^\mu \gamma_5 q_j$ identifiziert werden kann, da dieser Strom eine anomale Divergenz $\partial_\mu J_A^\mu = 2 \sum_{j=1}^{N_f} \left(-i m_j \bar{q}_j \gamma_5 q_j + G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} / 32\pi^2 \right)$ aufweist. Daraus kann gefolgert werden, daß sich das QCD-Vakuum unter der genannten Transformation, die auf reelle Massenterme führt, folgendermaßen ändert:

$$|\Theta\rangle \rightarrow |\bar{\Theta}\rangle = |\Theta - 2 \sum_{j=1}^{N_f} \alpha_j\rangle. \quad (1.4)$$

Daher lautet die QCD-Lagrangefunktion mit reellen Massentermen nun endgültig

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} + \bar{\Theta} \frac{g_s^2}{32\pi^2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu} + \sum_{j=1}^{N_f} \left(i \bar{q}_j \gamma^\mu D_\mu q_j - m_j \bar{q}_j q_j \right), \quad (1.5)$$

wobei eine kompakte Schreibweise für $\bar{\Theta}$ mit Hilfe der Massenmatrix M der Quarks folgendermaßen lautet:

$$\bar{\Theta} = \Theta + \arg \det M. \quad (1.6)$$

Diese Konstante kann einen beliebigen Wert annehmen, der aus der Theorie nicht vorhersagbar ist.

Der Operator $G_{\mu\nu}^a \tilde{G}^{a\mu\nu}$ ändert unter einer Paritätstransformation oder einer Zeitumkehrtransformation sein Vorzeichen, während er unter einer Ladungskonjugationstransformation unverändert bleibt.¹¹⁾ Das bedeutet, daß er zu CP-verletzenden Prozessen führt. Beispielsweise kann gezeigt werden, daß er ein elektrisches Dipolmoment des Neutrons induziert.¹²⁾ Die experimentellen Schranken an die Existenz eines solchen Dipolmomentes¹³⁾ führen auf die Schranke

$$|\bar{\Theta}| \lesssim 10^{-9}. \quad (1.7)$$

Das CP-Problem der starken Wechselwirkung lautet nun: *Warum ist $\bar{\Theta}$ so klein?* Oder anders ausgedrückt: *Warum ist die CP-Symmetrie innerhalb der starken Wechselwirkung mit so hoher Präzision erhalten, obwohl in den maßgebenden Parametern $\bar{\Theta}$ gleichzeitig reine QCD-Daten—durch Θ —und reine Daten der elektroschwachen Wechselwirkung—durch $\arg \det M$ —eingehen, einer Wechselwirkung, die CP nicht erhält?*

Dieses Problem hat bisher keine wirklich zufriedenstellende Lösung gefunden.¹⁴⁾ Man kann sich auf den pessimistischen Standpunkt zurückziehen, daß die Größe des Parameters $\bar{\Theta}$ keiner Erklärung bedürfe, sondern als Naturkonstante einfach gegeben sei. Man kann auch annehmen, daß eine echte Erklärung erst gewonnen werden könne, wenn das Problem der Massen der Elementarteilchen eine fundamentale Erklärung gefunden hat. Ungeachtet dessen kann ein Mechanismus angegeben werden, der $\bar{\Theta}$ auf "natürliche" Weise klein macht.

¹¹⁾ Das ist analog zu dem entsprechenden Ausdruck $F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = 4 \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ aus der Elektrodynamik, der als Skalarprodukt eines Vektors mit einem axialen Vektor sein Vorzeichen unter P-Transformationen ändert. Er ändert sein Vorzeichen auch unter einer Zeitumkehrtransformation, da sich das magnetische Feld unter einer solchen Operation umkehrt, wie man sich an Hand der Bewegungsumkehr der erzeugenden Ströme veranschaulichen kann.

¹²⁾ V. BALUNI, "CP-nonconserving effects in quantum chromodynamics", *Phys. Rev. D* **19** (1979) 2227. — R. J. CREWTHER, P. DI VECCHIA, G. VENEZIANO, E. WITTEN, "Chiral estimate of the electric dipole moment of the neutron in quantum chromodynamics", *Phys. Lett.* **88 B** (1979) 123, Erratum *ibid.* **91** (1980) 487.

¹³⁾ W. B. DRESS, P. D. MILLER, J. M. PENDLEBURY, P. PERRIN, N. F. RAMSEY, "Search for an electric dipole moment of the neutron", *Phys. Rev. D* **15** (1977) 9.

¹⁴⁾ Für Lösungsansätze, die von dem im folgenden beschriebenen Schema abweichen, siehe z.B.: S. M. BARR, "Natural class of non-Peccei-Quinn models", *Phys. Rev. D* **30** (1984) 1805. — K. CAHILL, "The strong CP problem in a compact Robertson-Walker universe", *Z. Phys. C* **29** (1985) 537.

1.2 Die chirale Lösung

Diese Lösung des CP-Problems, die von PECCEI & QUINN entdeckt wurde,¹⁵⁾ besteht darin, die Konstante $\bar{\Theta}$ zu einem physikalischen Feld $\bar{\Theta}(x)$ zu machen. Der entscheidende Punkt des Peccei-Quinn-Mechanismus ist, daß dies durch eine geringe Erweiterung des Higgs-Sektors des Standardmodells erreicht werden kann und daß sich dann *automatisch* ein Higgs-Potential für $\bar{\Theta}$ ergibt, dessen Minimum bei $\bar{\Theta} = 0$ liegt. Dann hat das Verschwinden von $\bar{\Theta}$ eine *dynamische* Ursache. Es soll schon hier vorweggenommen werden, daß die Anregungen dieses Feldes neue Teilchen sind: Die Axionen.

Um $\bar{\Theta}$ zu einem dynamischen Freiheitsgrad zu machen, nahmen PECCEI & QUINN an, daß die fundamentale Lagrangefunktion der schwachen Wechselwirkung eine chirale Symmetrie besitze, d.h. daß sie invariant unter globalen, chiralen Phasentransformationen sei. Unter diesen $U_{PQ}(1)$ -Transformationen ändern sich die Quarkfelder entsprechend $q_j^L \rightarrow e^{-i\alpha} q_j^L$ und $q_j^R \rightarrow e^{+i\alpha} q_j^R$. Alle Quarkfelder ändern sich mit der gleichen Phase α , wenn man annimmt, daß alle die gleiche Peccei-Quinn-Ladung tragen. Damit die Lagrangefunktion invariant bleibt, müssen sich die Massenterme entgegengesetzt transformieren, und da sie durch die Wechselwirkung mit Higgsfeldern entstehen, müssen diese auch Peccei-Quinn-Ladungen tragen. Wenn ein typischer Kopplungsterm mit der neutralen Komponente ϕ^0 des Higgsfeldes die Form $g_j q_j^L q_j^R \phi^0$ hat, dann muß also unter Transformationen der Peccei-Quinn-Symmetrie $\phi \rightarrow e^{-2i\alpha} \phi$.

Im Standardmodell der schwachen Wechselwirkung ist das jedoch nicht möglich. Dort tritt ein einziges Higgs- $SU_L(2)$ -Duplett auf, dessen Vakuumerwartungswert $\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ allen Quarks Massen verleiht, und zwar erhalten die Quarks vom u-Typ ($u, s, t, \dots$) durch Kopplung an Φ , die vom d-Typ ($d, c, b, \dots$) durch Kopplung an das ladungskonjugierte Feld $\Phi_c = \tau_2 \Phi^*$ ihre Massen. Somit würde sich $\Phi \rightarrow e^{-2i\alpha} \Phi$ und $\Phi_c \rightarrow e^{+2i\alpha} \Phi_c$ transformieren, und einer der Massenterme würde die Peccei-Quinn-Symmetrie verletzen.

Daher wird der Higgs-Sektor des Standardmodells um ein Duplett erweitert, so daß nun die Massen der Quarks vom u-Typ durch Φ_u , diejenigen der vom d-Typ durch Φ_d induziert werden. Die Transformationseigenschaften unter der Peccei-Quinn-Symmetrie sind dann $\Phi_u \rightarrow e^{-2i\alpha} \Phi_u$ und $\Phi_d \rightarrow e^{+2i\alpha} \Phi_d$. Das Higgs-Potential $V(\Phi_u, \Phi_d)$ muß jetzt nicht nur unter $SU_L(2)$ -Transformationen invariant sein, sondern auch unter $U_{PQ}(1)$ -Transformationen, so daß es keine Terme der Art $\Phi_d^\dagger \Phi_u$ enthalten kann. Die Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder lauten nun $\langle \Phi_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix} e^{i\vartheta_u}$ bzw. $\langle \Phi_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d \end{pmatrix} e^{i\vartheta_d}$, wobei die Phasen ϑ_u bzw. ϑ_d völlig unbestimmt sind. Das

¹⁵⁾R. D. PECCEI, H. QUINN, "CP conservation in the presence of pseudoparticles", *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 1440; "Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles", *Phys. Rev. D* **16** (1977) 1791.

Higgs-Potential hängt weder von ihren absoluten Werten noch von ihrem relativen Wert $\vartheta_r \equiv \vartheta_d - \vartheta_u$ ab.

Die Phasen der komplexen Massenterme der Quarks, und damit $\arg \det M$, hängen von ϑ_u und ϑ_d ab. Wenn M_0 die Massenmatrix für den Fall $\vartheta_r = 0$ ist, ergibt sich $\arg \det M = \arg \det M_0 + N_f \vartheta_r / 2$. Dann ist der CP-verletzende Term

$$\bar{\Theta} = \Theta + \arg \det M_0 + N_f \vartheta_r / 2. \quad (1.8)$$

Daher ist ϑ_r der neue Freiheitsgrad, der das CP-Problem zum Verschwinden bringen kann.

Der entscheidende Aspekt des Peccei-Quinn-Mechanismus ist nun, daß das Higgspotential $V(\Phi_u, \Phi_d)$, das zunächst von ϑ_r nicht abhängt, da es nach Konstruktion der Peccei-Quinn-Symmetrie gehorchen soll, in der Anwesenheit der starken Wechselwirkung eine solche Abhängigkeit entwickelt. Das bedeutet, daß das Minimum von $V(\Phi_u, \Phi_d)$ eingenommen wird, wenn die Vakuumerwartungswerte in einer bestimmten Phasenbeziehung zueinander stehen. PECCEI & QUINN zeigten, daß am Minimum des Higgspotentials ϑ_r gerade so groß ist, daß $\bar{\Theta} = 0$ wird. Effekte höherer Ordnung können allerdings dafür sorgen, daß $\bar{\Theta}$ einen von Null verschiedenen, aber immer noch sehr kleinen Wert annimmt.

Die ursprüngliche Peccei-Quinn-Symmetrie wird mithin *zweifach* gebrochen. Erstens wird sie durch die von Null verschiedenen Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder *spontan gebrochen*, die den Quarks Massen verleihen. Zweitens wird sie durch Instanton-Effekte der starken Wechselwirkung *explizit gebrochen*, und diese explizite Brechung tritt automatisch so ein, daß der CP-verletzende Term der QCD-Lagrangefunktion verschwindet.

Mit Hilfe des Peccei-Quinn-Mechanismus kommt man nun zu der "naiven" QCD-Lagrangefunktion Gl. (1.1) zurück. Daher kann man zusammenfassen: *In der QCD-Lagrangefunktion tritt aufgrund des Peccei-Quinn-Mechanismus kein CP-verletzender Term auf, wenn die Lagrangefunktion, die die Wechselwirkung der Quarks mit dem Higgs-Sektor beschreibt, invariant unter chiralen Phasentransformationen ist.* Die experimentell beobachtete Abwesenheit CP-verletzender Effekte wäre dann als Hinweis auf die Existenz dieser Symmetrie zu werten, von der man zunächst dachte, daß sie keine weiteren Konsequenzen in der Natur zeitigen würde.

1.3 Eine ungewollte Folge: Axionen

Die Higgsfelder sind dynamische Felder und ihre Anregungen entsprechen physikalischen Teilchen. Wegen der spontanen Symmetriebrechung ist es sinnvoll, diese Felder um den Vakuumerwartungswert zu entwickeln. Für die neutralen Komponenten bedeutet das insbesondere $\phi_u^0(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v_u e^{i\vartheta_u} + \rho_u(x) + i\varphi_u(x)]$ und $\phi_d^0(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v_d e^{i\vartheta_d} + \rho_d(x) + i\varphi_d(x)]$. Wegen der $SU_L(2)$ - und $U_{PQ}(1)$ -Invarianz des Higgspotentials gilt insbesondere $\partial^2 V / \partial \varphi_u^2 = 0$ und $\partial^2 V / \partial \varphi_d^2 = 0$. Daher beschreiben $\varphi_u(x)$ und $\varphi_d(x)$ *masselose, neutrale Bosonen*.

Diese Aussage ist nach dem Goldstone-Theorem¹⁶⁾ allgemein gültig: Immer wenn der Grundzustand eines Feldes eine Symmetrie der zugrunde liegenden Lagrangefunktion spontan bricht, tritt ein masseloses Teilchen auf, das dann als "Goldstone-Boson" bezeichnet wird. Im Falle des Standardmodells der schwachen Wechselwirkung wird die $SU_L(2)$ -Symmetrie durch die Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder spontan gebrochen. Wegen der drei gebrochenen Generatoren dieser Symmetrie treten drei Goldstone-Bosonen auf, die in diesem speziellen Fall, in dem die spontan gebrochene Symmetrie lokaler Natur (also eine Eichsymmetrie) ist, nicht als selbständige Teilchen, sondern als die longitudinalen Polarisationszustände der W - und Z -Eichbosonen in Erscheinung treten. Von den vier Higgs-Freiheitsgraden des Standardmodells bleibt dann nur ein massives Teilchen übrig: Das Higgs-Teilchen, das bisher experimentell nicht nachgewiesen werden konnte.

In dem um die Peccei-Quinn-Symmetrie erweiterten Standardmodell wird diese $U_{PQ}(1)$ -Symmetrie zusätzlich spontan gebrochen, so daß ein weiteres Goldstone-Boson erscheinen muß: Das Axion.¹⁷⁾ Es wird durch eine bestimmte Linearkombination der Felder $\varphi_u(x)$ und $\varphi_d(x)$ beschrieben, während die dazu orthogonale Linearkombination den longitudinalen Polarisationszustand des Z^0 -Eichbosons darstellt.

Das Wesentliche des Peccei-Quinn-Mechanismus ist nun aber, daß $U_{PQ}(1)$ auch explizit gebrochen ist, so daß die relative Phase der beiden Higgsfelder in das Potential eingeht. Daher ist die zweite Ableitung des Higgspotentials nach dem Axionfeld in der Nähe des CP-erhaltenden Minimums verschieden von Null, d.h. das Axion besitzt eine

¹⁶⁾J. GOLDSTONE, "Field theories with 'superconductor' solutions", *Nuovo Cim.* **19** (1961) 154. -- J. GOLDSTONE, A. SALAM, S. WEINBERG, "Broken symmetries", *Phys. Rev.* **127** (1962) 965. -- Y. NAMBU, "Axial vector current conservation in weak interactions", *Phys. Rev. Lett.* **4** (1960) 380.

¹⁷⁾S. WEINBERG, "A new light boson", *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 223. -- F. WILCZEK, "Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons", *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 279.

kleine Masse. Aus diesem Grund spricht man hier auch von einem "Pseudo-Goldstone-Boson"¹⁸⁾ und von der Peccei-Quinn-Symmetrie wegen ihrer expliziten Brechung als einer Pseudo-Symmetrie.

Der Peccei-Quinn-Mechanismus hat daher zur Folge, daß derjenige Freiheitsgrad des Higgs-Sektors, der den Parameter $\bar{\Theta}$ dynamisch minimiert, als "fast masseloses" Boson in Erscheinung treten muß. Dieses Teilchen könnte daher experimentell nachgewiesen werden, falls es genügend starke Wechselwirkungen mit Materie oder Strahlung zeigt. Abgesehen vom CP-Problem der starken Wechselwirkung wäre ein solcher Nachweis von größtem Interesse, da der Higgs-Sektor des Standardmodells—vom empirischen Standpunkt betrachtet—bisher völlig obskur geblieben ist.

1.4 Das Standardaxion und Varianten

Die Eigenschaften dieses neuen Teilchens, das im Hinblick auf spätere Modifikationen des Modells als "Standardaxion" bezeichnet wird, sind ausschließlich durch die Vakuumenerwartungswerte v_u und v_d bestimmt. Durch die schwache Wechselwirkung ist $v \equiv \sqrt{v_u^2 + v_d^2}$ zu $(\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \approx 250 \text{ GeV}$ bestimmt, so daß als einziger freier Parameter des Modells das Verhältnis $x = v_d/v_u$ verbleibt. Alle phänomenologischen Eigenschaften¹⁹⁾ des Standardaxions hängen dann nur noch von dieser dimensionslosen Zahl x ab. Für drei Generationen von Quarks und Leptonen wäre insbesondere die Masse des Axions durch $m_a \approx 74 \text{ keV} (x + x^{-1})$ gegeben. Die Kopplung an Quarks und Leptonen hat die Struktur $\mathcal{L} = ig\bar{\psi}\gamma_5\psi\varphi_a$, wobei ψ das Fermionfeld und φ_a das Axionfeld ist. Die Konstante g ist für die Kopplung an Quarks vom u-Typ durch $x \frac{m}{v}$ mit der Quarkmasse m gegeben, während sie für Quarks vom d-Typ und für massive Leptonen $x^{-1} \frac{m}{v}$ lautet. Diese Lagrangefunktion erhält die Parität, da das Axion ein pseudoskalaros Teilchen ist. Es trägt die gleichen Quantenzahlen wie neutrale Pionen und kann daher auch in zwei Photonen zerfallen. Wenn Axionen schwer genug sind, können sie auch in e^+e^- -Paare zerfallen.

Diese Kopplungen ermöglichen eine Vielzahl von Prozessen, in denen Axionen auftreten könnten, so daß in zahlreichen Experimenten nach ihnen gesucht wurde. Insbesondere könnten sie in Beam-Dumps produziert werden und wegen ihrer im Vergleich zu neutralen Pionen großen Durchdringungsfähigkeit in einem Detektor hinter dem Dump

¹⁸⁾S. WEINBERG, "Approximate symmetries and pseudo-Goldstone bosons", *Phys. Rev. Lett.* **29** (1972) 1698.

¹⁹⁾Einen guten Überblick bietet: T. W. DONNELLY, S. J. FREEDMAN, R. S. LYTEL, R. D. PECCEI, M. SCHWARTZ, "Do axions exist?", *Phys. Rev. D* **18** (1978) 1607. Die sehr umfangreiche Literatur zu diesem Thema soll hier nicht im Detail zitiert werden, da die im folgenden genannten experimentellen Arbeiten auf die relevanten Papiere zurückverweisen.

durch ihre 2γ oder e^+e^- -Zerfälle nachgewiesen werden. Keines dieser oder ähnlicher Beschleunigerexperimente²⁰⁾ lieferte unzweifelhaft positive Resultate. Axionen könnten in Kernreaktionen anstatt eines Photons entstehen. Das Axion könnte dann außerhalb einer Abschirmung durch seine Zerfälle nachgewiesen werden. Weite Bereiche des x -Parameters wurden durch die Abwesenheit solcher Signale an Kernreaktoren,²¹⁾ der

²⁰⁾ **Beschleunigerexperimente:** P. ALIBRAN et al., "Observation of an excess of $\nu_e, \bar{\nu}_e$ events in a beam dump experiment at 400 GeV", *Phys. Lett.* **74 B** (1978) 134. — D. J. BECHIS et al., "Search for axion production in low-energy electron bremsstrahlung", *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1511. — E. BELLOTTI, E. FIORINI, L. ZANOTTI, "Experimental limits on axion production and interaction cross sections, and decay rate", *Phys. Lett.* **76 B** (1978) 223. — F. BERGSMÄ et al., "Search for axion-like particle production in 400 GeV proton-copper interactions", *Phys. Lett.* **157 B** (1985) 458. — J. BJORKEN, "Search for neutral, penetrating, metastable particles produced in the SLAC beam dump", in: J. TRAN THANH VAN (Hrsg.), *Massive Neutrinos in Astrophysics and in Particle Physics*, Proc. Fourth Moriond Workshop, La Plagne, 1984 (Editions Frontieres, Gif-sur-Yvette, 1984). — P. C. BOSETTI et al., "Observation of prompt neutrinos from 400 GeV proton-nucleus collisions", *Phys. Lett.* **74 B** (1978) 143. — P. COTEUS et al., "Search for new particles at the Alternating-Gradient-Synchrotron beam dump", *Phys. Rev. Lett.* **42** (1979) 1438. — J. P. DISHAW et al., "Limits on the production of neutrino-like particles in proton-nucleus interactions from calorimetric measurements", *Phys. Lett.* **85 B** (1979) 142. — H. FAISSNER et al., "Limit on axion decay into an electron pair", *Phys. Lett.* **96 B** (1980) 201; "Observation of the two-photon decay of a light, penetrating particle", *Phys. Lett.* **103 B** (1981) 234; "Observation of anomalous muon-electron pairs in a neutrino exposure", *Z. Phys. C* **10** (1981) 95; "Further evidence for the radiative decay of a light, penetrating particle", *Phys. Rev. D* **28** (1983) 1198; "Direct comparison between the γ -ray fluxes from proton beam dumps at LAMPF and SIN", *ibid.* 1787. — W. FETSCHER, "Comment on the observation of the two photon decay of a light penetrating particle", *J. Phys. G* **8** (1982) L147. — T. HANSL et al., "Results of a beam dump experiment at the CERN SPS neutrino facility", *Phys. Lett.* **74 B** (1978) 139. — C. M. HOFFMAN et al., "Measurement of $\pi^- p \rightarrow n e^+ e^-$ at 300 MeV/c and a search for scalar and vector bosons heavier than the π^0 ", *Phys. Rev. D* **28** (1983) 660. — P. F. JACQUES et al., "Search for prompt neutrinos and penetrating neutral particles in a beam-dump experiment at Brookhaven National Laboratory", *Phys. Rev. D* **21** (1980) 1206. — B. KIM, CH. STAMM, "Axion production in high-energy proton-nucleon scattering and an estimate of its mass", *Phys. Lett.* **105 B** (1981) 55. — J. LO SECCO et al., "Limits on the production of neutral penetrating states in a beam dump", *Phys. Lett.* **102 B** (1981) 209. — A. SOUKAS et al., "Search for prompt neutrinos and new penetrating particles from 28-GeV proton-nucleus collisions", *Phys. Rev. Lett.* **44** (1980) 564.

²¹⁾ **Experimente an Kernreaktoren:** G. D. ALEKSEEV et al., "Search for the axion in the IBR-2 pulsed reactor", *JETP Lett.* **36** (1982) 116. — J. F. CAVAGNAC et al., "A search for axions at a power reactor", *Phys. Lett.* **121 B** (1983) 193. — V. M. DATAR et al., "Search for axions in thermal neutron capture by protons", *Phys. Lett.* **114 B** (1982) 63. — G. MICELMACHEN, B. PONTECORVO, "Evidence against axions from reactor experiments", *Lett. Nuovo Cim.* **21** (1978) 441. — J.-L. VUILLEUMIER et al., "An experimental limit on production of axions in a fission reactor", *Phys. Lett.* **101 B** (1981) 341. — A. ZEHNDER, K. GABATHULER, J.-L. VUILLEUMIER, "Search for axions in specific nuclear gamma-transitions at a power reactor", *Phys. Lett.* **110 B** (1982) 419.

Sonne²²⁾ und in speziellen Experimenten²³⁾ ausgeschlossen. Ferner konnten Axionen weder in Zerfällen von neutralen Vektormesonen oder Kaonen²⁴⁾ noch in solchen von ortho-Positronium²⁵⁾ nachgewiesen werden, wo jeweils im Endzustand ein Axion auftreten würde, das den Detektor "spurlos" verläßt. Schließlich würde die Emission von Axionen für einen gewissen Bereich von x -Werten mehr Energie aus dem Inneren bestimmter heißer Sterne davonzutragen, als mit astronomischen Beobachtungen vereinbar ist.²⁶⁾

Daher glaubte man bis vor wenigen Monaten allgemein, daß die Existenz des Standardaxions ausgeschlossen sei. Die Frage bekam jedoch neue Brisanz, als in Experimenten mit Schwerionenkollisionen, in denen e^+e^- -Paare von den in solchen Reaktionen auftretenden, überkritischen elektrischen Feldern spontan erzeugt werden, unerwartete, scharfe Positronlinien beobachtet wurden.²⁷⁾ Eine Erklärungsmöglichkeit unter anderen wäre die Entstehung und der nachfolgende Zerfall neutraler, pseudoskalarer

²²⁾Solare γ -Strahlen: G. G. RAFFELT, L. STODOLSKY, "New particles from nuclear reactions in the sun", *Phys. Lett.* **119 B** (1982) 323.

²³⁾Kernphysikalische Experimente: F. P. CALAPRICE et al., "Search for axion emission in the decay of excited states of ^{12}C ", *Phys. Rev. D* **20** (1979) 2708. — P. LEHMANN et al., "Axion search in the monochromatic $M1$ transition of ^{65}Cu ", *Phys. Lett.* **115 B** (1982) 270. — A. ZEHNDER, "Axion search in a monochromatic γ -transition: A new lower limit for the axion mass", *Phys. Lett.* **104 B** (1981) 494.

²⁴⁾Mesonzerfälle: M. S. ALAM et al., "Search for axion production in T decay", *Phys. Rev. D* **27** (1983) 1665. — Y. ASANO et al., "Search for axion in a rare decay mode $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu D$ and axion", *Phys. Lett.* **107 B** (1981) 159. "A new experimental limit for the decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$ ", *Phys. Lett.* **113 B** (1982) 195. — C. EDWARDS et al., "Upper limit for $J/\psi \rightarrow \gamma + \text{axion}$ ", *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 903. B. NICZYPORUK et al., "Experimental upper limits for hadronic and axion decays of the $T(1S)$ ", *Z. Phys. C* **17** (1983) 197. — M. SIVERTZ et al., "Upper limit for axion production in radiative T decay", *Phys. Rev. D* **26** (1982) 717.

²⁵⁾Zerfall von ortho-Positronium: U. AMALDI et al., "New limits on the single- γ decay of orthopositronium", *Phys. Lett.* **153 B** (1985) 444. — G. CARRONI, W. DAHME, "Limit on exotic two-body decays of orthopositronium", *Phys. Lett.* **123 B** (1983) 349.

²⁶⁾Axion-Kühlung roter Riesen: D. A. DICUS, E. W. KOLB, V. L. TEPLITZ, R. V. WAGNER, "Astrophysical bounds on the masses of axions and Higgs particles", *Phys. Rev. D* **18** (1978) 1829. — K. O. MIKAEELIAN, "Astrophysical implications of new light Higgs bosons", *Phys. Rev. D* **18** (1978) 3605. — K. SATO, "Astrophysical constraints on the axion mass and the number of quark flavors", *Prog. Theor. Phys.* **60** (1978) 1942. — M. I. VYSOTSSKII, YA. B. ZELDOVICH, M. YU. KHLOPOV, V. M. CRECHETKIN, "Some astrophysical limitations on the axion mass", *JETP Lett.* **27** (1978) 502.

²⁷⁾M. CLEMENTE et al., "Narrow positron lines from U-U and U-Th collisions", *Phys. Lett.* **137 B** (1984) 41. — J. SCHWEPPE et al., "Observation of a peak-structure in positron spectra from U + Cm collisions", *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 2261. — T. COWAN et al., "Observation of correlated narrow-peak structures in positron and electron spectra from superheavy collision systems", *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 444.

Teilchen²⁸⁾ der Masse 1.6 MeV und einer Lebensdauer gegen e^+e^- -Zerfall im Bereich $10^{-12} - 10^{-13}$ sec. Diese Charakteristik würde auf Axionen mit $x \approx 0.03$ passen.

Ferner wurden kürzlich bestimmte Ereignisse, mit anomalen Signaturen, die bei der Auswertung bestrahlter Kernemulsionsplatten beobachtet wurden, mit dem e^+e^- -Zerfall eines neutralen Bosons der Masse 1.2 MeV und Lebensdauer 2×10^{-13} s in Verbindung gebracht.²⁹⁾ Die Autoren dieser Arbeit spekulieren, daß es sich um das Standardaxion handeln könnte.

Im Gegensatz zu der landläufigen Meinung und im Gegensatz zu einigen der genannten Ausführungen³⁰⁾ ist das Standardaxion in diesem Bereich durch die zitierten experimentellen Arbeiten nicht ausgeschlossen. Wegen der kurzen Lebensdauer hätte es nämlich entweder den Detektor nicht erreicht³¹⁾ oder es wäre—insbesondere bei den Υ -Zerfällen—noch im Detektor zerfallen, so daß es nicht die Signatur $\Upsilon \rightarrow \gamma + \text{“Nichts”}$ besessen hätte.³²⁾ Eine neue Analyse der Daten der Υ -Zerfallsexperimente, bei denen auch andere Signaturen berücksichtigt werden, zeigt jedoch, daß das Standardaxion auch in diesem Bereich ausgeschlossen ist.³³⁾ Diese Aussage basiert einzig auf der Axionkopplung an schwere Quarks (Υ ist ein $\bar{b}b$ -Zustand), so daß die Option offen bleibt, daß ein modifiziertes Axion, das nicht an schwere Quarks koppelt, für die anomalen Positronlinien verantwortlich ist.

²⁸⁾A. B. BALANTEKIN, C. BOTTCHE, M. R. STRAYER, S. J. LEE, "Production of new particles in heavy-ion collisions", *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 461. — A. SCHÄFER, J. REINHARDT, B. MÜLLER, W. GREINER, G. SOFF, "Is there evidence for the production of a new particle in heavy-ion collisions?", *J. Phys. G* **11** (1985) L69. — J. REINHARDT, A. SCHÄFER, B. MÜLLER, W. GREINER, "Phenomenological consequences of a hypothetical light neutral particle in heavy ion collisions", *Phys. Rev. C* **33** (1986) 194.

²⁹⁾M. EL-NADI, O. E. BADAWY, "The production of a new light neutral boson in high energy anomalous collisions", Preprint des Physics Department, Cairo University (1985).

³⁰⁾BALANTEKIN et al., SCHÄFER et al. (Fn. 28).

³¹⁾Dies betrifft insbesondere H. FAISSNER et al., "Limit on axion decay into an electron pair", *Phys. Lett.* **96 B** (1980) 201, wo fälschlich $m_a < 2m_e$ geschlossen wird.

³²⁾G. MAGERAS, "The standard axion reconsidered", Preprint MPI-PAE/Exp.E1.157 (Nov. 1985). — N. C. MUKHOPADHYAY, A. ZEHNDER, "Are there 'visible' axions?", *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 206. — N. C. MUKHOPADHYAY, A. ZEHNDER, "Model independent constraints on axion parameters from the radiative J/ψ and Υ decays", SIN-Report No. PR-86-02 (Jan. 1986, subm. to *Phys. Lett.*).

³³⁾G. MAGERAS et al., "Search for short-lived axions in radiative Upsilon decays", MPI-PAE/Exp.E1.161 (April 1986, subm. to *Phys. Rev. Lett.*).

Solche "varianten Axionmodelle" wurden tatsächlich konstruiert.³⁴⁾ Sie sind allerdings sehr "künstlich", da sie die Universalität der Axionkopplung an die verschiedenen Teilchenfamilien ausdrücklich aufgeben müssen. Eine detaillierte Analyse dieser Modelle im Lichte neuer kernphysikalischer Experimente scheint diese Modelle dann auszuschließen.³⁵⁾ Eine befriedigende alternative Erklärung der anomalen Positronlinien scheint vorläufig jedoch nicht zu existieren.

Insgesamt wird man zu der Schlußfolgerung geführt, daß das Standardaxion und seine Varianten experimentell ausgeschlossen sind, so daß die weitere Aufmerksamkeit den "unsichtbaren" Axionmodellen gilt.

1.5 Unsichtbare Axionen

Da sich schon bald nach der Erfindung des Peccei-Quinn-Mechanismus abzeichnete, daß das Standardaxion wohl nicht existierte, versuchten mehrere Autoren, das minimale Peccei-Quinn-Modell so zu modifizieren, daß das Axion "unsichtbar" würde. Damit ist gemeint, daß die Wechselwirkung des Axions mit Strahlung und Materie so schwach sein soll, daß seine Existenz keine meßbaren Effekte in der Natur bewirkt.

Es zeigt sich, daß man dies leicht erreichen kann, indem man ein zusätzliches Higgsfeld Φ einführt, das ein $SU_c(2)$ -Singlett ist und das nicht an (gewöhnliche) Quarks oder an Leptonen koppelt. Daher ist sein Vakuumerwartungswert $\langle \Phi \rangle = v_{PQ}/\sqrt{2}$ nicht durch die Struktur des Standardmodells bestimmt, sondern ein freier Parameter. Das Axionfeld ist dann im wesentlichen der Imaginärteil dieses neuen Higgsfeldes. Die Axion-Phänomenologie ist dann hauptsächlich durch den Wert des Peccei-Quinn-Parameters v_{PQ} bestimmt. Da sowohl die Axionmasse wie auch die Kopplungsstärke an Strahlung und Materie proportional zu v_{PQ}^{-1} ist, muß v_{PQ} sehr groß und folglich m_a sehr klein sein, damit Axionen "unsichtbar" sind.

Das erste Modell dieser Art wurde von KIM³⁶⁾ und von SHIFMAN, VAINSHTEIN & ZAKHAROV³⁷⁾ vorgeschlagen. In diesem Modell gibt es ein gewöhnliches Higgs-Duplett und ein Higgs-Singlett sowie ein ultraschweres Quark-Singlett, das an das Higgs-Singlett koppelt. Nur dieses Quark und das neue Higgsfeld tragen Peccei-Quinn-Ladungen, so

³⁴⁾ L. M. KRAUSS, F. WILCZEK, "A short-lived axion variant", *Phys. Lett.* **173 B** (1986) 189. — R. D. PECCEI, T. T. WU, T. YANAGIDA, "A viable axion model", *Phys. Lett.* **172 B** (1986) 435.

³⁶⁾ W. A. BARDEEN, R. D. PECCEI, T. YANAGIDA, "Constraints on variant axion models", DESY 86-054 (May 1986).

³⁶⁾ J. KIM, "Weak-interaction singlet and strong CP invariance", *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 103.

³⁷⁾ M. A. SHIFMAN, A. I. VAINSHTEIN, V. I. ZAKHAROV, "Can confinement ensure natural CP invariance of strong interactions?", *Nucl. Phys. B* **166** (1980) 493.

daß das Axion nur an das schwere Quark koppelt. Daher koppelt dieses "KSVZ-Axion" auf dem Niveau der Baumgraphen nicht an Elektronen und Nukleonen. Es existiert jedoch eine effektive Kopplung an Photonen (für eine genauere Diskussion siehe Kap. 2).

Eine elegantere Lösung wurde von DINE, FISCHLER & SREDNICKI³⁸⁾ vorgeschlagen, die ohne ein zusätzliches schweres Quark auskommen, dafür aber zwei Higgs-Dupletts Φ_u und Φ_d und ein Higgs-Singlett Φ einführen, die alle Peccei-Quinn-Ladungen tragen. Das Axionfeld ist dann im wesentlichen der Imaginärteil von Φ , mit kleinen Beimischungen von Φ_u und Φ_d . Abgesehen von der Masse und den Kopplungsstärken, die im Vergleich zu dem minimalen Peccei-Quinn-Modell um Faktoren der Größenordnung $250 \text{ GeV}/v_{PQ}$ reduziert werden, bleibt die phänomenologische Struktur dieses Axionmodells dem minimalen Peccei-Quinn-Modell sehr ähnlich. Sie wird jetzt durch den Peccei-Quinn-Parameter v_{PQ} und durch $x = v_d/v_u$ bestimmt. Diese "DFS-Axionen" koppeln auch auf dem Niveau der Baumgraphen an Elektronen und Nukleonen.

Später wurde wiederholt versucht, Axionen in einen größeren Zusammenhang zu stellen, etwa im Rahmen Einheitlicher Feldtheorien³⁹⁾ ("Grand Unified Theories", GUTs). Diese Versuche waren vor allem dadurch motiviert, eine Erklärung für die Größe der Energieskala v_{PQ} zu finden, die in den Axionmodellen nach Konstruktion ein freier Parameter ist. Eine "natürliche" Möglichkeit wäre, v_{PQ} mit der Skala von ungefähr 10^{16} GeV zu identifizieren, bei der in GUT-Modellen die $SU(5)$ -Symmetrie spontan gebrochen wird. Das ist jedoch nicht möglich, da aus kosmologischen Argumenten (siehe §7.1) folgt, daß $v_{PQ} \lesssim 10^{12} \text{ GeV}$.

Hiermit ist jedoch schon angedeutet, daß "unsichtbare" Axionen, die eigens "konstruiert" worden waren, um das CP-Problem der starken Wechselwirkung zu lösen, ohne eine sonstige Spur in der Welt zu hinterlassen, im Rahmen der Kosmologie und Astrophysik Konsequenzen zeitigen, die ihre Existenz oder Nichtexistenz zu einer Frage machen, die einer empirischen Klärung zugänglich ist. Bevor wir uns diesen Fragen zuwenden, sollen jedoch zur späteren Bezugnahme die phänomenologischen Eigenschaften der unsichtbaren Axionmodelle zusammengestellt werden.

³⁸⁾M. DINE, W. FISCHLER, M. SREDNICKI, "A simple solution to the strong CP problem with a harmless axion", *Phys. Lett.* **104 B** (1981) 199.

³⁹⁾Siehe z.B.: K. CHOI, J. E. KIM, "Harmful axions in superstring models", *Phys. Lett.* **154 B** (1985) 393. — M. J. HAYASHI, A. MURAYAMA, "An $SU(5)$ axion model with Georgi-Jarlskog mass matrices but without domain walls", *Phys. Lett.* **129 B** (1983) 47. — J. E. KIM, "A common scale for the invisible axion, local SUSY GUTs and saxino decay", *Phys. Lett.* **136 B** (1984) 378. — N. V. KRASNIKOV, "An invisible axion with a single Higgs isodoublet", *Phys. Lett.* **140 B** (1984) 337. — H. P. NILLES, S. RABY, "Supersymmetry and the strong CP problem", *Nucl. Phys. B* **198** (1982) 102. — M. B. WISE, H. GEORGI, S. L. GLASHOW, " $SU(5)$ and the invisible axion", *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 402.

2. Wechselwirkung der Axionen mit Photonen und Elektronen

Zunächst wird die Struktur der Lagrangefunktionen diskutiert, die eine Kopplung pseudoskalarer Nambu-Goldstone Bosonen an Strahlung und Materie ermöglichen. Dann wird für den Fall "unsichtbarer Axionen" der Zusammenhang zwischen den relevanten Kopplungskonstanten, der Axionmasse und dem Peccei-Quinn-Parameter angegeben.

2.1 Struktur der Lagrangefunktionen

a) Wechselwirkung mit Fermionen

Bevor detaillierte Rechnungen zur Axion-Emission aus Sternen durchgeführt werden können, müssen die relevanten Wechselwirkungen definiert werden, die berücksichtigt werden sollen. Wir beginnen mit der Lagrangefunktion, die die pseudoskalare Kopplung eines Spin-0-Bosons an Elektronen beschreibt:

$$\mathcal{L}_{aee} = ig\bar{\psi}_e\gamma_5\psi_e\varphi_a, \quad (2.1)$$

wobei g eine dimensionslose Kopplungskonstante, ψ_e das Dirac-Feld des Elektrons und φ_a das Feld des Bosons (Axions) ist. Für andere Fermionen ergibt sich eine analoge Struktur.

Diese pseudoskalare Kopplung ist jedoch nicht nur für Axionen von Bedeutung, sondern gilt auch für andere Nambu-Goldstone-Bosonen, beispielsweise für die hypothetischen Familonen⁴⁰⁾ und Majoronen.⁴¹⁾ Wenn f die Energieskala ist, bei der jene Symmetrie spontan gebrochen wird, der die jeweiligen Nambu-Goldstone-Bosonen ihre Existenz verdanken, dann ist die Kopplungsstärke g an Elektronen von der Ordnung m_e/f . Entsprechendes gilt für die Wechselwirkung mit anderen Fermionen.⁴²⁾ Deshalb können alle Schranken, die für Axionen gelten, leicht auf andere Goldstone-Bosonen angewandt werden.

Wenn die Energien der betrachteten Streuprozesse, verglichen mit den Massen der beteiligten Fermionen, klein sind, ein Fall, der im Inneren von Sternen typischer-

⁴⁰⁾F. WILCZEK, "Axions and family symmetry breaking", *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 1549. — D. B. REISS, "Can the family group be a global symmetry?", *Phys. Lett.* **115 B** (1982) 217.

⁴¹⁾Y. CHIKASHIGE, R. N. MOHAPATRA, R. D. PECCEI, "Are there real Goldstone-bosons associated with broken lepton number?", *Phys. Lett.* **98 B** (1981) 265. — G. B. GELMINI, M. RONCADELLI, "Left-handed neutrino mass scale and spontaneously broken lepton number", *Phys. Lett.* **99 B** (1981) 411.

⁴²⁾Für einen Überblick über die Phänomenologie von allgemeinen Goldstone-Bosonen siehe: G. B. GELMINI, S. NUSSINOV, T. YANAGIDA, "Does nature like Nambu-Goldstone bosons?", *Nucl. Phys. B* **219** (1983) 31.

weise eintritt, kann man eine nichtrelativistische Approximation der Lagrangefunktion Gl. (2.1) benutzen. Wenn χ_c den Pauli-Spinor der "großen" Komponente des Dirac-Feldes ψ_c bezeichnet, findet man

$$\mathcal{L}_{acc} = \frac{g}{2m_c} \chi_c^\dagger \sigma \chi_c \cdot \nabla \varphi_a, \quad (2.2)$$

wobei σ für den Vektor der Pauli-Spinmatrizen steht. Da $g = O(m_c/f)$ ist, ist $g/2m_c = O(1/f)$ und hängt nicht von der Elektron- oder allgemein Fermionmasse ab.

Diese Struktur ist sehr wesentlich für die "Unsichtbarkeit" solcher Teilchen. Wegen ihrer Masselosigkeit—oder zumindest kleinen Masse—könnten sie nämlich weitreichende Kräfte zwischen makroskopischen Körpern vermitteln.⁴³⁾ Die Spin-Kopplung sorgt dafür, daß eine solche zusätzliche Kraft nur zwischen spin-polarisierten Körpern, wie etwa Ferromagneten, auftreten würde und daß sie mit der dritten Potenz der Entfernung abnehmen würde, da das Kraftfeld Dipolstruktur hätte.

Diese Spin-Kopplung hat ferner den Effekt, daß Axion-Wirkungsquerschnitte bei niedrigen Energien unterdrückt werden. Ein typischer Prozeß ist die Compton-Photoproduktion $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$, wobei a für "Axion" oder jedes analoge Goldstone-Boson steht. Für den Wirkungsquerschnitt erwartet man im Falle kleiner Photonenenergien ($\omega \ll m_e$) größenordnungsmäßig $(\alpha\alpha_{acc}/m_e^2)(\omega/m_e)^2$, wobei $\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$ die Feinstrukturkonstante und $\alpha_{acc} = g^2/4\pi$ das axionische Analogon ist. Der Faktor $(\omega/m_e)^2$ geht auf die Spinstruktur zurück und läßt den Wirkungsquerschnitt für kleine Energien verschwinden.

Das steht im Gegensatz zu der skalaren Kopplung eines Spin-0-Bosons, $\mathcal{L} = g\bar{\psi}_c\psi_c\varphi_a$, die für niedrige Energien zu einem konstanten "Thomson-Querschnitt" der Größenordnung $\alpha\alpha_{acc}/m_e^2$ führt. Daher können die für Axionen gültigen Schranken an die Kopplungskonstante α_{acc} nicht auf den Fall skalarer Wechselwirkungen übertragen werden, für die man wesentlich restriktivere Werte erhalten könnte. Es gibt jedoch keine naheliegenden theoretischen Gründe, die für die Existenz leichter oder masseloser Teilchen mit skalarer Kopplung sprechen würden. Deshalb wird im folgenden nur der pseudoskalare Fall berücksichtigt.

Es ist also klar, daß im relevanten Energiebereich der Compton-Querschnitt mit Elektronen als Targets von der Ordnung $\alpha\omega^2 f^{-2} m_e^{-2}$ ist, während er für Protonen von der Ordnung $\alpha\omega^2 f^{-2} m_p^{-2}$ ist. Daher ist er im zweiten Fall um einen Faktor $(m_e/m_p)^2 \approx 10^{-6}$ im Vergleich zum ersten Fall unterdrückt. In einem stella-

⁴³⁾ A. A. ANSELM, "Possible new long-range interaction and methods for detecting it", *JETP Lett.* **36** (1982) 55. — A. A. ANSELM, N. G. URALTSEV, "Long range 'arion' field in the radio frequency band", *Phys. Lett.* **116 B** (1982) 161. — J. E. MOODY, F. WILCZEK, "New macroscopic forces?", *Phys. Rev. D* **30** (1984) 130.

ren Plasma gibt es aber etwa gleich viele Elektronen wie Kerne als potentielle Targets, so daß Kerne als Streuzentren für Axionerzeugung vernachlässigt werden können. Ähnliche Überlegungen gelten für axionische Bremsstrahlung. Daher wird die Axion-Wechselwirkung mit Nukleonen nicht näher behandelt; sie spielt für unsere Zwecke keine Rolle.

b) Kopplung an Photonen

Die Wechselwirkung mit Elektronen und anderen Fermionen induziert zwangsläufig eine effektive Kopplung an Photonen mittels einer Feynman-Amplitude, die durch eine Dreiecksschleife (Fig. 1) beschrieben wird. Die Berechnung dieser Amplitude, die im Zusammenhang mit dem 2γ -Zerfall der neutralen Pionen ausführlich diskutiert worden ist,⁴⁴⁾ führt auf ein divergenzfreies Resultat, das umgekehrt proportional zu der Masse des in der Schleife "laufenden" Fermions ist und von dessen Kopplung an Axionen und Photonen abhängt. Wenn das Axion, wie etwa im KSVZ-Modell,⁴⁵⁾ nicht an Elektronen und leichte Quarks koppelt, so besitzt es doch eine effektive Wechselwirkung mit Photonen, die nicht durch die möglicherweise große Masse des Fermions in der Schleife unterdrückt ist. Sie kürzt sich aus dem Endergebnis heraus, denn die Axion-Kopplung ist direkt proportional zu dieser Masse.



Fig. 1 Axion-Kopplung an zwei Photonen.

(a) Kopplung mittels einer Fermion-Dreiecksschleife.

(b) Effektive Kopplung.

Die allgemeinste effektive Lagrangefunktion, die die pseudoskalare Kopplung an zwei Photonen beschreibt, und die mit Lorentz- und Eichinvarianz vereinbar ist, lautet

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = \frac{G}{4} F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \varphi_a = -G \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \varphi_a. \quad (2.3)$$

$F^{\mu\nu}$ ist der elektromagnetische Feldtensor und $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$ der duale Tensor dazu. Die Kopplungskonstante G besitzt die Dimension $(\text{Masse})^{-1}$ und muß nach dem oben

⁴⁴⁾Siehe u.B.: S. B. TREIMAN, R. JACKIW, D. J. GROSS, *Lectures on Current Algebra and Its Applications* (Princeton University Press, Princeton, 1972).

⁴⁵⁾KIM (Fn. 36). SHIPMAN, VAINSHTAIN, ZAKHAROV (Fn. 37).

Gesagten von der Ordnung α/f sein. Wenn in einem Feynman-Graphen ein effektiver Axion-Photon-Photon-Vertex auftritt, so muß ihm im Matricelement der Faktor

$$\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} \rightarrow G \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} k_1^\mu \epsilon_1^\nu k_2^\rho \epsilon_2^\sigma \quad (2.4)$$

zugeordnet werden, wobei k_j und ϵ_j die Viererimpulse bzw. Polarisationsvektoren der beiden—eventuell virtuellen—Photonen sind.

Wenn die so beschriebenen Bosonen eine von Null verschiedene Ruhmasse haben, wie dies für Axionen oder neutrale Pionen zutrifft,⁴⁶⁾ dann können sie in zwei Photonen zerfallen. Mit der Feynman-Regel Gl. (2.4) erhält man dann für ihre Zerfallsbreite⁴⁷⁾

$$\Gamma_{a \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{G^2 m_a^3}{64\pi}. \quad (2.5)$$

Mit Hilfe dieses Zusammenhangs kann man stets die effektive Axion-Kopplung an Photonen durch ihre Zerfallsbreite ausdrücken.

Wie zuerst von PRIMAKOFF im Zusammenhang mit neutralen Pionen erkannt wurde, führt die Lagrangefunktion Gl. (2.3) zu Reaktionen, in denen sich Pionen (oder Axionen) in einem äußeren, eventuell makroskopischen, elektrischen oder magnetischen Feld in Photonen verwandeln und umgekehrt.⁴⁸⁾ Im Zusammenhang mit Pionen wurde dieser Effekt ausgenützt, um die Zerfallsbreite des π^0 mit Hilfe des gemessenen Produktionsquerschnitts $\gamma + (A, Z) \rightarrow (A, Z) + \pi^0$ zu bestimmen.⁴⁹⁾ Solche Prozesse sind auch für die Erzeugung von Axionen in Sternen von fundamentaler Bedeutung, wie in Kap. 3 und 4 detailliert gezeigt wird.

Wenn die Axionen nicht als einzelne Teilchen, sondern als quasi-klassische, kohärente Oszillationen des Axionfeldes auftreten, wenn die Moden dieses Feldes also hoch besetzt sind, ist eine klassische Beschreibung der Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld angezeigt. Das gilt beispielsweise für die kosmischen und insbesondere galaktischen Axionen (siehe Kap. 7).

⁴⁶⁾Diese Teilchen sind daher "pseudo-Goldstone-Bosonen". Siehe WEINBERG (Fn. 18).

⁴⁷⁾Dieses Resultat steht nur scheinbar im Widerspruch zu demjenigen von FWY (Fn. 63). Diese Autoren benutzen die ungewöhnliche Konvention $\tilde{F}^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$, so daß der sonst übliche Faktor 1/2 in die Definition der Kopplungskonstante eingeht (persönliche Mitteilung von M. Yoshimura).

⁴⁸⁾H. PRIMAKOFF, "Photo-production of neutral mesons in nuclear electric fields and the mean life of the neutral meson", *Phys. Rev.* **81** (1951) 899.

⁴⁹⁾Siehe z.B.: G. BELLETTINI et al., "A new measurement of the π^0 lifetime through the Primakoff effect in nuclei", *Nuovo Cim.* **66 A** (1970) 243.

Die Lagrangefunktion, die das elektromagnetische und Axion-Feld beschreibt, lautet in Lorentz-Heaviside-Einheiten

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{G}{4}F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}\varphi_a + \frac{1}{2}\partial_\nu\varphi_a\partial^\nu\varphi_a - \frac{1}{2}m_a^2\varphi_a^2. \quad (2.6)$$

Hieraus folgen die klassischen Bewegungsgleichungen⁵⁰⁾

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= G \mathbf{B} \cdot \nabla \varphi_a, \\ \nabla \times \mathbf{B} - \partial_t \mathbf{E} &= G (\mathbf{E} \times \nabla \varphi_a - \mathbf{B} \partial_t \varphi_a), \\ (\square + m_a^2)\varphi_a &= G \mathbf{E} \cdot \mathbf{B}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Man erkennt unmittelbar, daß beispielsweise ein statisches Magnetfeld $\mathbf{B}_0(\mathbf{x})$ zusammen mit einem oszillierenden Axionfeld $\varphi_a(\mathbf{x}, t)$ einen äußeren Strom $\mathbf{J}(\mathbf{x}, t) = -G \mathbf{B}_0(\mathbf{x})\varphi_a(\mathbf{x}, t)$ für das elektromagnetische Feld darstellt, d.h. eine Quelle elektromagnetischer Strahlung. Auf dieser klassischen Version des Primakoff-Effektes beruht der Vorschlag, den galaktischen Axionfluß zu messen, wie in Kap. 8 näher erläutert wird.

Die dritte dieser Gleichungen zeigt, daß eine zeitlich variierende Verteilung $\varrho(\mathbf{x}, t) = G \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ eine Quelle für Axionstrahlung darstellt. Die Axionemission aus einem Plasma aufgrund des Primakoff-Effektes kann man sich in diesem klassischen Bild daher durch jene Quelldichte $\varrho(\mathbf{x}, t)$ verursacht denken, die durch die thermische, elektromagnetische Strahlung und die elektromagnetischen Felder der Elektronen und Kerne erzeugt wird.

c) Axion-Photon-Mischung in äußeren Feldern

Im Zusammenhang mit dem Primakoff-Effekt soll noch auf eine Situation hingewiesen werden, die in der hier vorgelegten Dissertation nicht weiter verfolgt wird, obwohl sie ein detailliertes Studium verdient. Der Primakoff-Effekt wird nämlich stets als Streuprozess behandelt, so daß stillschweigend davon ausgegangen wird, daß die Region des äußeren Feldes klein ist im Verhältnis zu typischen inversen Impulsüberträgen. Diese Voraussetzung ist jedoch nicht, oder nicht unbedingt, erfüllt, wenn man an die weit ausgedehnten, ultrastarken Magnetfelder in Neutronensternen denkt. Die Photonen im Inneren solcher Sterne könnten sich in diesen Feldern in Axionen verwandeln und auf diese Weise entkommen. In diesem Fall ist der Formalismus der *Teilchenmischung* besser geeignet, die Verwandlung von Photonen in Axionen zu verstehen als der Streufomalismus, denn es treten keine freien Teilchen auf. Axion- und Photonfeld sind durch das äußere Magnetfeld gekoppelt.

⁵⁰⁾SIKIVIE (Fn. 141).

Als einfaches Beispiel werden ebene Axion- und Photonwellen mit dem Wellenvektor $\mathbf{k}$ und der Frequenz ω betrachtet. Der Wellenvektor soll orthogonal zu dem äußeren, homogenen Magnetfeld $\mathbf{B}_0 = eB_0$ stehen, und die Photonen sollen parallel zu dieser Richtung polarisiert sein. Dann ist $\mathbf{E} = -e\partial_t A_\gamma = e\omega A_\gamma$ und $\mathbf{B} = \nabla \times eA_\gamma = \mathbf{k} \times eA_\gamma$, wobei unwesentliche Phasen weggelassen worden sind. Mit der Annahme, daß das statische, äußere Feld viel stärker als das Strahlungsfeld sei, erhält man für die beiden letzten Gleichungen aus (2.7):

$$(|\mathbf{k}|^2 - \omega^2 + M^2) \begin{pmatrix} A_\gamma \\ \varphi_a \end{pmatrix} = 0, \quad (2.8)$$

wobei die quadratische Massenmatrix durch geeignete Wahl der Phasen der Felder reell gemacht worden ist:

$$M^2 = \begin{pmatrix} \omega_{pl}^2 & GB_0\omega \\ GB_0\omega & m_a^2 \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Die Diagonalisierung dieser Matrix führt auf die Mischungswinkel zwischen Axionen und Photonen.

In einem Stern ist die Photonmasse nicht gleich Null, vielmehr muß die dort geltende Dispersionsrelation berücksichtigt werden, die durch die Plasmafrequenz ω_{pl} als effektiver Photonmasse in Anrechnung gebracht worden ist. Dann ist der maßgebende Parameter für die Diagonalisierung der Massenmatrix die dimensionslose Variable $GB_0\omega/|\omega_{pl}^2 - m_a^2|$. Eine überschlägige Rechnung zeigt, daß diese Zahl in magnetischen weißen Zwergen mit $B_0 = O(10^9 \text{ G})$ und in Neutronensternen mit $B_0 = O(10^{12} \text{ G})$ nicht zu einer starken Kühlung dieser Sterne führt.

2.2 Spezielle Axion-Modelle

Im Falle der unsichtbaren Axionen sind die Kopplungskonstanten g und G und die Axionmasse m_a durch Vakuumerwartungswerte von Higgsfeldern und durch Parameter der starken Wechselwirkung bestimmt. Diese Zusammenhänge werden nun in Anlehnung an eine neuere Arbeit von SREDNICKI⁵¹⁾ angegeben. Ein guter Überblick und die Richtigstellung kleinerer Fehler früherer Autoren findet sich auch bei KAPLAN.⁵²⁾

Für die Axionmasse findet SREDNICKI mit dem Massenverhältnis von u- zu d-Quark ($z = m_u/m_d \approx 0.57$) und demjenigen von u- zu s-Quark ($w = m_u/m_s \approx 0.03$), sowie

⁵¹⁾M. SREDNICKI, "Axion couplings to matter (I). CP-conserving parts", *Nucl. Phys. B* **260** (1985) 689.

⁵²⁾D. B. KAPLAN, "Opening the axion window", *Nucl. Phys. B* **260** (1985) 215.

mit der Pion-Zerfallskonstante $f_\pi = 93.3$ MeV und der Pion-Masse $m_\pi = 135$ MeV den Wert

$$m_a = \frac{f_\pi m_\pi}{f_a/N} \sqrt{\frac{4z}{(1+z+w)(1+z)}}. \quad (2.10)$$

Hierin ist f_a das axionische Analogon zu f_π ; man kann sich die Axionmasse durch eine Mischung mit π^0 entstanden denken, mit dem es in allen Quantenzahlen übereinstimmt. Diese Axion-Zerfallskonstante hängt mit dem Vakuumerwartungswert $\langle \Phi \rangle = v_{PQ}/\sqrt{2}$ des Higgs-Singletts, dessen Imaginärteil das unsichtbare Axionfeld ist, durch $f_a = 2v_{PQ}$ zusammen. Damit ist

$$m_a \approx 0.6 \text{ eV} \frac{10^7 \text{ GeV}}{v_{PQ}/N}. \quad (2.11)$$

N ist eine ganze Zahl, die von den Peccei-Quinn-Ladungen X_j der Quarks q_j abhängt. Wenn alle Quarks Vertreter von $SU_C(3)$ -Triplets sind, dann ist

$$N = \sum_{j=1}^{N_f} X_j, \quad (2.12)$$

wobei N_f wieder die Anzahl der Quarkflavors, vermutlich also $N_f = 6$, ist. Im DFS-Modell⁵³⁾ ist $X_j = 1$ für alle Quarks, so daß $N = N_f$ ist. Im KSVZ-Modell⁵⁴⁾ partiziert nur ein exotisches Quark Q am Peccei-Quinn-Mechanismus, so daß $N = X_Q = 1$ ist.

Die Kopplungskonstante an Photonen lautet $G = \alpha N C / \pi f_a$. Mit $C \approx 0.75$ ist das

$$G \approx \frac{8.7 \times 10^{-4}}{v_{PQ}/N}. \quad (2.13)$$

Da diese Konstante nur von der Kombination v_{PQ}/N abhängt, kann sie in modellunabhängiger Weise durch die Axionmasse ausgedrückt werden. Wir definieren damit eine dimensionslose Kopplungskonstante durch

$$\alpha_{a\gamma\gamma} = \frac{(G m_e)^2}{4\pi} \approx 4.37 \times 10^{-28} \left(\frac{m_a}{\text{eV}} \right)^2 \quad (2.14)$$

wobei m_e die Elektronmasse ist.

Die Kopplungskonstante an Elektronen lautet mit der effektiven Peccei-Quinn-Ladung X'_e des Elektrons

$$g = X'_e \frac{m_e}{v_{PQ}}. \quad (2.15)$$

⁵³⁾ DINE, FISCHLER, SREDNICKI (Fn. 38).

⁵⁴⁾ KIM (Fn. 36). SHIFMAN, VAINShteIN, ZAKHAROV (Fn. 37).

Im KSVZ-Modell ist $X'_e = 0$ und die Axionen koppeln nicht an Elektronen. Im Falle des DFS-Modells kann X'_e durch das Verhältnis $x = v_d/v_u$ der Vakuum Erwartungswerte der Higgs-Dupletts Φ_u und Φ_d ausgedrückt werden, die den Quarks vom u- bzw. vom d-Typ Massen verleihen. Dann ist $X'_e = 2x^2/(x^2 + 1)$. Manche Autoren benützen die Notation $x = \cot \beta$, so daß mit $X'_e = 2 \cos^2 \beta$ dann

$$g_{\text{DFS}} = \frac{m_e}{v_{\text{FQ}}} 2 \cos^2 \beta \quad (2.16)$$

ist. Für drei Generationen von Quarks ($N = N_f = 6$) kann diese Konstante wieder in Beziehung zur Axion-Masse gesetzt werden. Wir definieren dann eine axionische Feinstrukturkonstante durch

$$\alpha_{aee} = \frac{g_{\text{DFS}}^2}{4\pi} \approx 1.60 \times 10^{-23} \left(\frac{m_a}{\text{eV}} \right)^2 (2 \cos^2 \beta)^2. \quad (2.17)$$

SREDNICKI spekuliert, daß $2 \cos^2 \beta > 1$ sei. Vom phänomenologischen Standpunkt betrachtet ist dieser Parameter jedoch völlig unbestimmt, so daß es nicht angebracht erscheint, ihn willkürlich gleich 1 zu setzen.

II. TEIL: AXIONEN UND DIE KÜHLUNG VON STERNEN

3. Kühlung von Sternen und Schranken an Axionen

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die Bedeutung von Axionen für die Kühlung von Sternen gegeben. Die bisherigen Versuche, dann mit Hilfe der relevanten Beobachtungsdaten die freien Parameter der Axion-Modelle einzuschränken, werden geschildert. Durch eine einfache Abschätzung wird gezeigt, daß bei der Berechnung der Energieverlusten stellarer Plasmen durch Axionemission elektrostatische Abschirmeffekte, die bisher nicht berücksichtigt worden waren, von zentraler Bedeutung sind.

3.1 Sternkühlung durch Teilchenemission

Die Methode, Wechselwirkungsparameter leichter, skalarer Teilchen einzuschränken, indem man die zusätzliche Kühlung von Sternen durch die Ausstrahlung solcher Teilchen untersucht, geht auf eine Idee von SATO & SATO⁵⁵⁾ zurück. Das Entscheidende ist, daß solche Teilchen, wenn ihre mittlere freie Weglänge in stellarer Materie im Vergleich zu typischen Dimensionen der Sterne groß ist, aus deren Inneren frei entkommen können. Das setzt eine schwache Wechselwirkung mit Strahlung und Materie voraus. Wegen der großen Dichte primärer Reaktionspartner (Photonen, Elektronen, Kerne) im Sterninnern kann dennoch ein so starker Fluß dieser Teilchen entstehen, daß der Stern durch diesen Energieverlust stärker gekühlt wird als durch Strahlungsemission von der Oberfläche oder durch Neutrinoverluste aus dem Innern. Freilich muß die Produktion dieser Teilchen energetisch möglich sein, d.h. ihre Masse muß so klein sein, daß genügend primäre Reaktionspartner ausreichender thermischer Energie vorhanden sind. Die Bedingung hierfür ist $m_a \lesssim T$, wobei m_a die Masse des neuen Teilchens (Axions) ist und T die Temperatur des Plasmas in Energieeinheiten.⁵⁶⁾

Da sich das Plasma des Sterninnern also nicht im thermischen Gleichgewicht mit den Axionen befindet, die hier stellvertretend für alle Teilchen dieser Art stehen sollen,

⁵⁵⁾K. SATO, H. SATO, "Higgs meson emission from a star and a constraint on its mass", *Prog. Theor. Phys.* **54** (1975) 1564

⁵⁶⁾ E_a werden stets natürliche Einheiten benützt, in denen $\hbar = c = k_B = 1$ ist.

der Stern für diese Teilchen also gewissermaßen "optisch dünn" ist, muß die Emissionsrate detailliert aus den einzelnen Prozesse berechnet werden, die zur Axionproduktion beitragen können. Diese scheinbar triviale Aufgabe, die im wesentlichen aus einer Berechnung thermischer Mittelwerte von Wirkungsquerschnitten aufgrund der durch das Axionmodell gegebenen Kopplungen besteht, ist in Wirklichkeit verhältnismäßig kompliziert. Mehrere der veröffentlichten Rechnungen dieser Art führen daher auf Resultate, die einer genaueren Prüfung nicht standhalten.

Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, die Axionkühlung von Sternen in Beziehung zu astronomischen Beobachtungsdaten zu setzen. Das einfachste Argument besteht in der Forderung, die Axionluminosität bestimmter Sterne (etwa der Sonne) dürfe ihre Photoluminosität nicht wesentlich übersteigen. Im Falle von Sternen, deren Kühlzeiten empirisch nicht gut bekannt sind (etwa Neutronensterne) führt diese Methode jedoch nicht auf verlässliche Schranken.

Zunächst wird daher ein Überblick über die bisherigen Arbeiten gegeben, die sich mit der Frage astrophysikalischer Axionschranken beschäftigen. In Kap. 4 und 5 wird dann eine Berechnung der Raten durchgeführt, mit denen Axionen aus stellaren Plasmen ausgestrahlt werden. Schließlich nehmen wir in Kap. 6 Kontakt mit Beobachtungsdaten auf. Dadurch können neue Schranken an "unsichtbare" Axionen hergeleitet werden.

3.2 Erste Schranken an "unsichtbare" Axionen

Es wurde bereits erwähnt (S. 20), daß die Masse und Wechselwirkungsstärke des Standardaxions durch die Untersuchung der Axionemission aus roten Riesen von mehreren Autoren eingeschränkt wurde. Die Masse dieser Teilchen ist jedoch deutlich größer als die Temperaturen, ihre mittlere freie Weglänge ist deutlich kleiner als die Radien der relevanten Sterne, wenn auch von der gleichen Größenordnung. Ihre Ausstrahlung besteht daher im wesentlichen aus "axionischer Schwarzkörperstrahlung" aus Schichten der Sterne, die größenordnungsmäßig um eine mittlere freie Weglänge unter der Oberfläche liegen. Wegen der dortigen höheren Temperaturen ist der Energieverlust durch Axionemission stets höher als der durch Ausstrahlung von Photonen. Nur wenn die Axionmasse so groß ist, daß ihre Ausstrahlung durch den Boltzmann-Faktor $e^{-m_a/T}$ unterdrückt ist, sinkt sie unter die Photoluminosität. Daher sind diese Schranken in erster Linie Schranken an die Masse der Axionen, nicht an ihre Wechselwirkungsstärke. Insgesamt wurden bessere Schranken an die Parameter des Standardaxionmodells durch Labormessungen als durch astrophysikalische Argumente gesetzt.⁵⁷⁾

⁵⁷⁾Eine Ausnahme hiervon ist die in Fn. 22 sitierte Arbeit, die die Abwesenheit solarer γ -Strahlen ausnützt, die als Zerfallsprodukt von solaren Standardaxionen auftreten müßten. Der Produktionsmechanismus ist in diesem Fall die Kernreaktion $p + d \rightarrow d + \gamma(5.5 \text{ MeV})$, die in den pp -Ketten

Diese Situation kehrt sich für unsichtbare Axionen gewissermaßen per definitionem völlig um, für die keine nichttrivialen, experimentellen Schranken existieren. Nach der "Erfindung" des KSVZ-Axions⁵⁸⁾ leiteten daher DICUS, KOLB, TEPLITZ & WAGONER⁵⁹⁾ eine Schranke an die Wechselwirkungsstärke dieses Teilchens ab, indem sie forderten, daß rote Riesen nicht wesentlich mehr Energie durch Axionemission als durch Photonemission verlören. Im Falle der Axionen kann aus der Wechselwirkungsstärke auch auf die Masse geschlossen werden, für die DICUS et al. die Schranke $m_a < 10^{-2}$ eV fanden. Solche Axionen sind also im Vergleich zu den im keV-Bereich liegenden Temperaturen wirklich leicht. Auch übersteigt ihre mittlere freie Weglänge typische stellare Dimensionen bei weitem. Da KSVZ-Axionen nicht direkt mit Elektronen wechselwirken, ist der entscheidende Emissionsprozeß Photoproduktion $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$ durch eine Primakoff-Amplitude (Fig. 2b, S. 44), wobei an Stelle des Elektrons auch Kerne als Targets in Frage kommen.

Nachdem das DFS-Axion⁶⁰⁾ vorgeschlagen worden war, das auch eine direkte Kopplung an Elektronen besitzt, leiteten BARROSO & BRANCO⁶¹⁾ sowie OLIVE & ELLIS⁶²⁾ aus ähnlichen Überlegungen Schranken an dieses Teilchen ab, wobei in roten Riesen die Emission durch eine Compton-Amplitude (Fig. 2a, S. 44) überwiegt.

FUKUGITA, YOSHIMURA & WATAMURA⁶³⁾ (FWY) nahmen sich dieses Themas ebenfalls an. Sie betonten besonders, daß die an den Reaktionen beteiligten Photonen nicht frei, sondern an das Plasma gekoppelt sind. Sie gehorchen daher der Dispersionsrelation $\omega^2 = \omega_{pl}^2 + |\mathbf{k}|^2$ mit der Plasmafrequenz ω_{pl} , die im Falle nichtentarteter Elektronen durch

$$\omega_{pl} = \sqrt{\frac{4\pi\alpha n_e}{m_e}} \quad (3.1)$$

gegeben ist,⁶⁴⁾ wobei n_e die Anzahlldichte der Elektronen ist. Da $m_a \ll \omega_{pl}$ gilt, ist vom

häufig auftritt, und in der das Photon durch ein Axion substituiert werden kann.

⁵⁸⁾KIM (Fn. 36). SHIFMAN, VAINSHTEIN, ZAKHAROV (Fn. 37).

⁵⁹⁾D. A. DICUS, E. W. KOLB, V. L. TEPLITZ, R. V. WAGONER "Astrophysical bounds on very-low-mass axions", *Phys. Rev. D* **22** (1980) 839.

⁶⁰⁾DINE, FISCHLER, SREDNICKI (Fn. 38).

⁶¹⁾A. BARROSO, C. BRANCO, "Constraints on light axions", *Phys. Lett.* **116 B** (1982) 247.

⁶²⁾J. ELLIS, K. A. OLIVE, "Constraints on light particles from stellar evolution", *Nucl. Phys. B* **223** (1983) 252.

⁶³⁾M. FUKUGITA, S. WATAMURA, M. YOSHIMURA, "Light pseudoscalar particle and stellar energy loss", *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1522; "Astrophysical constraints on a new light axion and other weakly interacting particles", *Phys. Rev. D* **26** (1982) 1840.

⁶⁴⁾CLAYTON (Fn. 1).

kinematischen Standpunkt das Axion das masselose, das Photon dagegen das massive Teilchen. FWY berechneten die Emissionsraten unter Berücksichtigung dieses Sachverhalts. Sie berücksichtigten ferner Plasmonzerfall $\gamma_{\text{pl}} \rightarrow \gamma + a$ und Paarvernichtung $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + a$ und fanden, daß diese Prozesse im interessierenden Bereich von Dichte und Temperatur vernachlässigbar sind.

Die konservativste Schranke von FWY ist $m_a \lesssim 3 \text{ eV}$ und beruht auf dem Vergleich der Photoluminosität der Sonne mit ihrer zu erwartenden Axionausstrahlung. Als dominierender Prozeß wurde Photoproduktion durch eine Primakoff-Amplitude (Fig. 2b) gefunden, sowohl für KSVZ- wie auch für DFS-Axionen.

3.3 Bedeutung von Abschirmeffekten

Der Primakoff-Effekt ist eine Reaktion, bei der das primäre Photon lediglich die Ladung des Targets "sieht", das elektrostatische Feld ist also der Katalysator, der die Verwandlung eines Photons in ein Axion möglich macht. Diese Verwandlung kann auch in makroskopischen, äußeren elektrischen oder magnetischen Feldern stattfinden (siehe auch S. 26 – 29). Der Photonpropagator in dem Feynman-Graphen Fig. 2b (S. 44) repräsentiert daher bei niedrigen Energien lediglich das Coulomb-Potential des Targets.

In der Umgebung frei beweglicher Ladungen wird ein elektrisches Feld jedoch abgeschirmt (Debye-Hückel-Effekt), so daß man erwartet, daß Reaktionen, die durch das Coulomb-Potential vermittelt werden, in einem Plasma unterdrückt sind. Dieser Sachverhalt ist in den bisher genannten Arbeiten nicht berücksichtigt worden, obwohl die Reduktion der Reaktionsraten nicht vernachlässigbar ist, wie folgendes Argument zeigt.

Entsprechend der Theorie der Elektrolyte von DEBYE & HÜCKEL,⁶⁵⁾ die auf den Fall stellarer Plasmen von SALPETER angewandt wurde,⁶⁶⁾ wird das Coulomb-Potential einer Ladung Ze in der Umgebung frei beweglicher Ladungen in einer Art modifiziert, die man heute Yukawa-Potential nennt:

$$\frac{Ze}{4\pi r} \rightarrow \frac{Ze}{4\pi} \frac{e^{-\kappa r}}{r}. \quad (3.2)$$

* Die Skala $R_D = \kappa^{-1}$ nennt man heute Debye-Radius. In einem Plasma bei der Temperatur T ist diese "Yukawa-Masse statischer Photonen" in natürlichen Einheiten ($\hbar = c = k_B = 1$)

$$\kappa = \sqrt{\frac{4\pi\alpha\tilde{n}}{T}}, \quad (3.3)$$

⁶⁵⁾P. DEBYE, E. HÜCKEL, "Zur Theorie der Elektrolyte", *Phys. Z.* **24** (1923) 185.

⁶⁶⁾E. E. SALPETER, "Electron screening and thermonuclear reactions", *Austr. J. Phys.* **7** (1954) 373.

wobei in Lorentz-Heaviside-Einheiten $\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$. $\hat{n}$ ist eine gewichtete Anzahldichte geladener Teilchen, die durch Gl. (4.4c), S. 43 definiert wird. Im Falle eines reinen Wasserstoffplasmas ist $\hat{n} = n_e + n_p = 2n_p$.

In einer gegebenen Reaktion ist dieser Abschirmeffekt wichtig, falls ein typischer Impulsübertrag Δ , den das elektrostatische Feld zwischen Projektil und Target vermittelt, kleiner als κ ist. Im Ortsraum kann man sich dieses Kriterium mit Hilfe der Heisenbergschen Unschärferelation folgendermaßen veranschaulichen: $R = \Delta^{-1}$ ist ein typischer Abstand zwischen den Teilchen, bei dem die Reaktion stattfindet. Abschirmung ist ein wesentlicher Effekt, wenn dieser Abstand größer als die Abschirmlänge κ^{-1} ist, d.h. wenn $R \gtrsim R_D$.

Wie bei allen Prozessen, die durch das Coulombfeld vermittelt werden, tritt im Wirkungsquerschnitt des Primakoff-Effektes der berüchtigte Coulomb-Nenner Δ^{-4} auf, der dazu führt, daß der Wirkungsquerschnitt für $\Delta \rightarrow 0$ divergiert, wie dies etwa von der Rutherford-Streuung bekannt ist. Der dominierende Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt stammt daher von Vorwärtsstreuung, d.h. die meisten Photonen, die sich im elektrischen Feld eines Korns in Axionen verwandeln, ändern dabei kaum ihre Bewegungsrichtung. Dennoch muß auch in diesem Fall Impuls übertragen werden, da die Massen von Projektil und Reaktionsprodukt verschieden sind. Da das Photon in einem Plasma effektiv die Plasmafrequenz ω_{pl} als Masse besitzt, lautet der Impulsübertrag für den Streuwinkel $\vartheta = 0$ im Grenzfall eines unendlich schweren Targets

$$\Delta_0 = \left| |\mathbf{k}| - |\mathbf{p}_a| \right| = \left| \sqrt{\omega^2 - \omega_{pl}^2} - \sqrt{\omega^2 - m_a^2} \right| \approx \frac{|\omega_{pl}^2 - m_a^2|}{2\omega}. \quad (3.4)$$

Die Approximation gilt in niedrigster Ordnung einer Entwicklung in ω_{pl}/ω und m_a/ω .

Um Δ_0 für die Bedingungen des Sonnenzentrums mit κ zu vergleichen, wird m_a gegenüber ω_{pl} vernachlässigt, so daß $\Delta_0 \approx \omega_{pl}^2/2\omega$ ist. Nach einem Standardmodell der Sonne⁶⁷⁾ ist in ihrem Zentrum die Massendichte $\rho = 156 \text{ g cm}^{-3}$, der Massenanteil des Wasserstoffs $X_H = 0.35$ und die Temperatur $T = 1.55 \times 10^7 \text{ K}$, so daß $\omega_{pl} = 0.3 \text{ keV}$ ist. Die Temperatur ist in Energieeinheiten $T = 1.3 \text{ keV}$, was der typischen Energie thermischer Photonen entspricht. Daher ist $\Delta_0 \approx \omega_{pl}^2/2T \approx 35 \text{ eV}$. Der Vergleich mit $\kappa \approx 9 \text{ keV}$ zeigt klar, daß die Abschirmlänge wesentlich kleiner als typische Reaktionsabstände ist. Daher erwartet man, daß der Primakoff-Querschnitt stark reduziert wird. Für einen roten Riesen mit den typischen Werten $\rho = 10^4 \text{ g cm}^{-3}$, $T = 10^8 \text{ K}$ und $\omega_{pl} = 2.0 \text{ keV}$ ist $T = 8.6 \text{ keV}$, $\kappa = 27 \text{ keV}$ und $\Delta_0 = 0.23 \text{ keV}$. Wiederum ist $\Delta_0 \ll \kappa$, so daß die gleiche Schlußfolgerung gilt.

⁶⁷⁾ J. N. BARCALL, W. F. HUEBNER, S. H. LUBOW, P. D. PARKER, R. K. ULRICH, "Standard solar models and the uncertainties in predicted capture rates of solar neutrinos", *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 767.

Es muß betont werden, daß dieses Ergebnis keineswegs im Widerspruch zu einer allgemeinen astrophysikalischen Weisheit steht, derzufolge Abschirmeffekte in stellaren Kernreaktionen von eher untergeordneter Bedeutung sind. In solchen Reaktionen sind typische Impulsüberträge von der Größenordnung der Impulse der Reaktionspartner, d.h. $\Delta = O(\sqrt{T m_{\text{Kern}}})$, da für Fusionsreaktionen, bei denen die Coulomb-Barriere überwunden werden muß, "frontale" Stöße entscheidend sind. Für solare Temperaturen liegt Δ dann im MeV-Bereich, so daß $\Delta \gg \kappa$ gilt.

Es zeigt sich also, daß eine Neuberechnung der stellaren Energieverlusten unter Berücksichtigung von Abschirmeffekten angezeigt ist, da der für dominant gehaltene Primakoff-Effekt stark unterdrückt ist. Es stellt sich heraus, daß die Primakoff-Rate um etwa zwei Größenordnungen kleiner als der von FWY berechnete Wert ist.

3.4 Bremsstrahlungsprozesse und neue Schranken

Dreikörperprozesse können für die Absorption oder Emission von Teilchen in einem dichten Plasma von großer Bedeutung sein, worauf im Zusammenhang mit Axionen ANSELM & URALTSEV⁶⁸⁾ aufmerksam gemacht haben. KRAUSS, MOODY & WILCZEK⁶⁹⁾ (KMW) berechneten die Axionemission aus der Sonne aufgrund des Bremsstrahlungsprozesses $e^- + (Z, A) \rightarrow (Z, A) + e^- + a$, wobei (Z, A) einen Kern der Ladung Ze und Massenzahl A darstellt. Aufgrund der Arbeit von FWY glaubten diese Autoren jedoch, daß die von ihnen berechneten Bremsstrahlungsraten kleiner als die Primakoff-Rate wäre. Tatsächlich stellt sich heraus, daß in der Sonne Bremsstrahlung der wichtigste Emissionsprozeß ist.

Die Bremsstrahlungsraten von KMW können jedoch nicht einfach übernommen werden, da in dieser Arbeit nur Axionemission aus Elektron-Kern-Stößen berücksichtigt worden ist. Elektron-Elektron-Stöße $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + a$, können aber nicht vernachlässigt werden. Man erwartet, daß dieser Beitrag von der gleichen Größenordnung wie derjenige der Elektron-Kern-Streuung ist, da ein Stern wie die Sonne vor allem aus Wasserstoff und Helium besteht und somit keine nennenswerte Verstärkung der Bremsstrahlungsraten bei Kernen durch einen Z^2 -Faktor eintritt.

Ferner haben KMW eine unrichtige Abschätzung der Bedeutung elektrostatischer Abschirmung durchgeführt. Sie benützen die Plasmafrequenz ω_{pl} anstelle des inversen Debye-Hückel-Radius κ als Skala für einen exponentiellen Abfall des Coulomb-Potentials der Targets, d.h. sie benützen ein Yukawa-Potential mit der "Photonmasse" ω_{pl} . Die

⁶⁸⁾A. A. ANSELM, N. G. URALTSEV, "Long range 'arion' field in the radio frequency band", *Phys. Lett.* **116 B** (1982) 161.

⁶⁹⁾L. M. KRAUSS, J. E. MOODY, F. WILCZEK, "A stellar energy loss mechanism involving axions", *Phys. Lett.* **144 B** (1984) 391.

Dispersionsrelation $\omega^2 = \omega_{\text{pl}}^2 + |\mathbf{k}|^2$ gilt jedoch nur für *transversale Anregungen* des elektromagnetischen Feldes im Plasma. *Longitudinale Anregungen*, die es im Vakuum nicht gibt, folgen einer anderen Dispersionsrelation, die nicht in der einfachen Form $\omega^2 = m_{\text{eff}}^2 + |\mathbf{k}|^2$ geschrieben werden kann.⁷⁰⁾ Das Coulomb-Feld sollte, wenn überhaupt, dann als statischer Limes longitudinaler Photonen aufgefaßt werden. Die Plasmafrequenz ist in diesem Zusammenhang also die falsche "Yukawa-Masse". Debye-Abschirmung ist dann nicht vernachlässigbar, aber, wie in Kap. 5 gezeigt wird, doch nur eine relativ unbedeutende Korrektur von einigen zehn Prozent.

Man erwartet zu Recht, daß Bremsstrahlung, die nach den in dieser Dissertation vorgelegten Resultaten der wichtigste Emissionsprozeß in der Sonne ist, bei höheren Temperaturen an Bedeutung verliert, da die Anzahl der strahlenden Elektronen lediglich von der Dichte des Plasmas abhängt. Die Anzahl der für Photoproduktion verfügbaren "Schwarzkörperphotonen" nimmt jedoch mit T^3 zu, so daß beispielsweise in roten Riesen der Compton-Effekt (Fig. 2a) überwiegt.

In sehr kompakten Objekten lohnt es sich jedoch, wieder Bremsstrahlung in Betracht zu ziehen, da dort wegen der hohen Dichte der Elektronen die Plasmafrequenz wesentlich höher als die Temperatur sein kann ($\omega_{\text{pl}} \gg T$), so daß der Fluß thermischer Photonen stark unterdrückt wird. FWY haben auf diesen Sachverhalt hingewiesen. Kompakte Objekte sind ferner interessant, weil sie eine kleine Oberfläche haben und daher durch Strahlungsemission nur langsam abkühlen können, so daß ein wesentlich kleinerer Axionfluß als etwa im Fall der Sonne genügt, um in Konkurrenz zur Oberflächenluminosität zu treten.

IWAMOTO⁷¹⁾ führte eine entsprechende Rechnung für Neutronensterne durch und fand, daß die dominierenden Emissionsmechanismen Bremsstrahlung aus Neutron-Neutron-Stößen im Innern und aus Elektron-Kern-Stößen in der Kruste des Sterns sind. Das ist das einzige Beispiel im Rahmen der astrophysikalischen Schranken, in dem die Kopplung der Axionen an Nukleonen von Bedeutung ist. IWAMOTO fand, daß Axionemission der dominierende Mechanismus der Kühlung von Neutronensternen sein kann, wenn $m_a \gtrsim 10^{-2}$ eV ist. Hieraus kann man jedoch nicht schließen, daß die Axionmasse kleiner als diese Zahl sein müsse, denn die Kühlgeschwindigkeiten der Neutronensterne sind empirisch nicht genügend genau bekannt. Könnte man diese Schranke ernst nehmen, dann gehörte sie zu den besten, die derzeit verfügbar ist.

In IWAMOTO's Rechnungen fehlt eine Diskussion des Einflusses starker Magnetfelder, wie sie in Neutronensternen (Pulsaren) typischerweise auftreten, auf die Emissionsraten. Ein solcher Einfluß ist zumindest für die Prozesse, an denen Elektronen beteiligt

⁷⁰⁾ J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed. (Wiley, New York, 1975).

⁷¹⁾ N. IWAMOTO, "Axion emission from neutron stars", *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1198.

sind, sicherlich gegeben⁷²⁾ und es ist nicht klar, wie das die Emissionsraten verändert.

In weißen Zwergen, die bisher erstaunlicherweise im Zusammenhang mit Axionschranken nicht beachtet worden waren, begegnet man keinen solchen Schwierigkeiten. Auch ist die Kühlgeschwindigkeit weißer Zwerge verhältnismäßig zuverlässig bekannt, da man ihre Luminositätsfunktion (d.h. ihre Anzahldichte in Sonnennähe pro Luminositätsintervall) empirisch kennt. Weiße Zwerge können ja im optischen Bereich, also mit gewöhnlichen Fernrohren, beobachtet werden, während Neutronensterne vor allem im Röntgenbereich strahlen und sich daher einfachen Beobachtungsmöglichkeiten entziehen. In Kap. 5 werden daher Bremsstrahlungsraten auch für den Fall relativistischer, entarteter Elektronen berechnet und in Kap. 6 ausgenützt, um aus der empirischen Kühlkurve weißer Zwerge eine neue Schranke an die Wechselwirkungsstärke und damit Masse der Axionen abzuleiten.⁷³⁾

Nach der Einreichung dieser Dissertation erschien eine Arbeit von PANTZIRIS & KANG,⁷⁴⁾ in der diese Autoren detaillierte Emissionsraten von Axionen aus stellaren Plasmen berechnen. Leider enthält diese Arbeit zahlreiche Fehler und Ungenauigkeiten. Insbesondere werden Abschirmeffekte nicht berücksichtigt. Bremsstrahlung, der dominierende Effekt für die Sonne und weiße Zwerge, wird von den Autoren in diesen Fällen unberücksichtigt gelassen.

Ein interessanter Aspekt der genannten Arbeit ist die Berücksichtigung relativistischer Effekte bei der Berechnung der Neutron-Neutron-Bremsstrahlung. Die Autoren behaupten, daß hierdurch die Emissionsraten über die von IWAMOTO⁷⁵⁾ berechneten Werte anstiegen.

3.5 Das Heliumbrennen

Während der Niederschrift dieser Dissertation erschien eine Arbeit,⁷⁶⁾ in der Axionschranken mit Hilfe einer neuen Methode abgeleitet werden. Das wesentliche Ar-

⁷²⁾ Beispielsweise nehmen die Wirkungsquerschnitte für die Photonstreuung unter solchen Bedingungen erheblich ab, weil der Phasenraum der Elektronen durch die einsige Bewegungsmöglichkeit entlang der magnetischen Feldlinien stark verkleinert wird. Siehe z.B.: J. LODENQUAI, V. CANUTO, M. RUDERMAN, S. TSURUTA, "Photon opacity in surfaces of magnetic neutron stars", *Astrophys. J.* **190** (1974) 141.

⁷³⁾ Siehe auch Fn. 6.

⁷⁴⁾ A. PANTZIRIS, K. KANG, "Axion emission rates in stars and constraints on its mass", *Phys. Rev. D* **33** (1986) 3509.

⁷⁵⁾ IWAMOTO (Fn. 71).

⁷⁶⁾ D. S. DEARBORN, D. N. SCHRAMM, G. STEIGMAN, "Astrophysical constraints on the couplings of axions, majorons, and familons", *Phys. Rev. Lett.* **56** (1986) 26.

gument ist, daß auch eine relativ kleine Axionluminosität die Entwicklung eines Sterns nachhaltig verändern kann, da die Sternentwicklung ein hochgradig nichtlineares Problem ist. Das bedeutet, daß auch eine kleine Änderung eines kritischen Parameters zu einem kritischen Zeitpunkt eine unerwartet große Veränderung der weiteren Entwicklung des Sterns zur Folge haben kann. Durch detaillierte numerische Berechnungen der Entwicklung von Hauptreihensternen wurde in dieser Arbeit gezeigt, daß das Einsetzen des Heliumbrennens in solchen Sternen unterdrückt wäre, wenn zuviele Axionen abgestrahlt würden, d.h. wenn ihre Wechselwirkungen zu stark wären. Aus der beobachteten Existenz roter Riesen leitet man dann entsprechende Schranken ab.

Leider basieren diese neuen Rechnungen auf den Energieverlustraten von FWY und KMW, die soeben kritisiert worden sind. Insofern sich die neuen Resultate auf Teilchen beziehen, die direkt an Elektronen koppeln, wie etwa die DFS-Axionen, bleiben die Resultate mehr oder minder richtig, da sie sich vor allem auf den Compton-Prozeß stützen, der von FWY richtig berechnet worden ist. Alle Aussagen, die im Zusammenhang mit der Kopplungsstärke an Photonen stehen, die sich also auf den Primakoff-Prozeß stützen, sind um Größenordnungen falsch. In § 6.2 greifen wir diese Arbeit nochmals auf und diskutieren, inwieweit die dort genannten Grenzen im Licht der neuen Emissionsraten modifiziert werden müssen.

4. Photoproduktion von Axionen in einem dichten Plasma

Die Emissionsraten leichter, pseudoskalarer Teilchen (Axionen) aus einem Plasma werden neu berechnet. In diesem Kapitel wird nur Photoproduktion berücksichtigt, d.h. Prozesse der Art $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$, wobei statt des Elektrons auch Atomkerne als Streuzentren in Frage kommen. Im Hinblick auf die spätere Anwendung der Resultate auf das Innere von Hauptreihensternen beschränkt sich die Rechnung auf den Fall nichtrelativistischer, nichtentarteter Elektronen. Die Frage elektrostatischer Abschirmung (Debye-Hückel-Effekt) wird detailliert untersucht. Es zeigt sich, daß dieser Effekt im Falle Primakoff-ähnlicher Prozesse die Emissionsrate um mehrere Größenordnungen unterdrückt.

4.1 Problemstellung und Vereinfachungen

In diesem und den folgenden Kapiteln soll der Beitrag zur Kühlung verschiedener Sterne berechnet werden, der auf die Emission leichter, pseudoskalarer Teilchen (Axionen) aus dem Inneren dieser Körper zurückzuführen ist. Mit "leicht" ist gemeint, daß die Masse wesentlich kleiner als die in Energieeinheiten gemessene Temperatur sein soll: $m_a \ll T$. Für den Fall der "unsichtbaren Axionen" liegt die Masse höchstens im eV-Bereich, die typischen stellaren Temperaturen im keV-Bereich, so daß diese Bedingung gut erfüllt ist.

Die in Kap. 2 besprochenen Wechselwirkungen, die solche Teilchen an Materie und Strahlung koppeln, erlauben verschiedene Emissionsprozesse. Sie sollen nach Zwei- und Dreikörperprozessen getrennt untersucht werden, wobei sich dieses Kapitel auf die Zweikörperprozesse konzentriert, während die Dreikörperprozesse in Kap. 5 diskutiert werden. Der Plasmon-Zerfall als "Einkörperprozeß" wird am Ende dieses Kapitels erwähnt.

Die Wechselwirkungen werden von vornherein als so schwach angenommen, daß die mittleren freien Weglängen der Axionen in Sternmaterie als groß im Vergleich zu typischen stellaren Dimensionen angesehen werden können. Diese Annahme kann dann nachträglich leicht verifiziert werden, wenn die Wechselwirkungsparameter eingeschränkt worden sind. Die Energieverlustrate der Sterne durch Axionemission ist somit gleich der Produktionsrate dieser Teilchen in den im folgenden diskutierten Streuprozessen.

Zunächst kommt die Paarvernichtung $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + a$ als Zweikörperprozeß in Frage. Diese Reaktion ist von FWY⁷⁷⁾ im Hinblick auf Sternkühlung detailliert untersucht worden. Es stellt sich heraus, daß in den Bereichen von Dichte und Temperatur, die für

⁷⁷⁾FUKUGITA, WATAMURA, YOSHIMURA (Fn. 63).

die gegenwärtigen Betrachtungen von Interesse sind ($\rho \lesssim 10^8 \text{ g cm}^{-3}$, $T \lesssim 10^8 \text{ K}$), die Paarvernichtung aus Mangel an Positronen keine wesentliche Rolle spielt. Sie wäre erst in einem relativistischen Plasma von Bedeutung, ein Fall, der hier ausdrücklich nicht behandelt werden soll.

Als nächstes kommen Prozesse in Frage, bei denen sich Photonen durch Streuung an Elektronen oder Atomkernen in Axionen verwandeln,

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + a \quad \text{bzw.} \quad \gamma + (Z, A) \rightarrow (Z, A) + a, \quad (4.1)$$

wobei (Z, A) einen Kern der Ladung Ze und der Massenzahl A symbolisiert. Die typischen Energien der primären Photonen sind von der Größenordnung der Temperatur des Plasmas. Für Bedingungen, wie sie in entarteten Sternen (Weiße Zwerge, Neutronensterne) herrschen, ist die Plasmafrequenz wesentlich größer als die Temperatur, worauf FWY aufmerksam gemacht haben. Deshalb ist der Fluß der primären "Schwarzkörperphotonen" dort stark unterdrückt und Prozesse der Art (4.1) spielen dann verglichen mit Dreikörperprozessen (Bremsstrahlung) keine wesentliche Rolle. Deshalb können wir uns bei der Betrachtung der Photoproduktionsraten auf den Fall eines nichtentarteten Plasmas beschränken.

Die relevanten Temperaturen liegen im keV-Bereich, so daß die Targets ferner als nichtrelativistisch anzusehen sind. Die Elektronen als schnellste Teilchen haben typische thermische Geschwindigkeiten $\beta_e = O(\sqrt{T/m_e})$, was im Falle der Sonne mit $T \approx 10^7 \text{ K}$ von der Größenordnung $\beta_e \approx 5 \times 10^{-2}$ ist. Die durch die thermische Bewegung der Targets verursachte Dopplerverbreiterung des Axionspektrums ist höchstens von der Größenordnung $\Delta E_a \approx \beta_e E_a \approx \beta_e T$. Da die Schwarzkörperverteilung der primären Photonen von der ungefähren Breite $\Delta \omega \approx \omega \approx T$ ist, was der Breite des sekundären Axionspektrums entspricht, kann dessen zusätzliche Verschmierung durch die thermische Bewegung der Targets vernachlässigt werden. Die Targets werden dann der Einfachheit halber überhaupt als ruhend angenommen. Bei den, verglichen mit den Targetmassen, kleinen Energien gilt dies auch nach der Streuung, d.h. der Energieübertrag an das Streuzentrum wird vernachlässigt. Damit ist die Energie der erzeugten Axionen gleich derjenigen der primären Photonen in den jeweiligen Streuprozessen: $E_a = \omega$.

Die Energieverlustrate eines stellaren Plasmas bei der Temperatur T ist dann

$$\epsilon^*(T) = \int_0^\infty \omega \sigma_{\gamma \rightarrow a}(\omega) n_t n'_\gamma(T, \omega) d\omega. \quad (4.2)$$

Hierin ist n_t die Anzahlldichte der Targets und

$$n'_\gamma(T, \omega) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\omega^2}{e^{\omega/T} - 1} \quad (4.3)$$

ist die Schwarzkörper-Anzahldichte (bzw. der entsprechende Fluß) von Photonen pro Frequenzband bei der Temperatur T und der Frequenz ω . Der Einfluß der Plasmafrequenz auf den Photonenfluß wird vernachlässigt. ϵ^* wird in Einheiten "Leistung pro Volumeneinheit", z.B. $\text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1}$, gemessen. Den Energieausstoß ϵ pro Masseneinheit ($\text{erg g}^{-1} \text{s}^{-1}$) erhält man dann durch Division mit der Massendichte: $\epsilon = \epsilon^* / \rho$.

Zur späteren Bezugnahme sei erwähnt, daß die Anzahldichte der Targets von der Massendichte des Plasmas und seiner chemischen Zusammensetzung abhängt. In den hier interessierenden Fällen besteht das Plasma im wesentlichen aus Wasserstoff und Helium, so daß der einzig wesentliche Parameter der Massenanteil X_H des Wasserstoffs ist. In dieser Näherung sind die relevanten Anzahldichten

$$n_e \approx \frac{1 + X_H}{2} \frac{\rho}{m_u}, \quad (4.4a)$$

$$\bar{n} \equiv \sum_z Z^2 n_z \approx n_p + 4n_\alpha = \frac{\rho}{m_u} \quad (4.4b)$$

$$\hat{n} \equiv n_e + \sum_z Z^2 n_z \approx n_e + n_p + 4n_\alpha = \frac{3 + X_H}{2} \frac{\rho}{m_u}, \quad (4.4c)$$

wobei $m_u = 1.66 \times 10^{-24} \text{g}$ die atomare Masseneinheit ist. n_e ist die Anzahldichte der Elektronen, n_p bezieht sich auf Protonen, n_α auf Heliumkerne und n_z auf Kerne der Ladung Ze .

Nach all diesen Vereinfachungen reduziert sich die Fragestellung im wesentlichen auf die Berechnung des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma \rightarrow a}(\omega)$. Diese Berechnung ist jedoch auch nach den gemachten Approximationen nicht trivial, da Abschirmeffekte eine wesentliche Rolle spielen. Die Berücksichtigung dieser Effekte ist der wesentliche, neue Beitrag der Betrachtungen dieses Kapitels, denn die axionische Energieverlustrate ist von FWY bereits mit viel größerer Akribie als hier berechnet worden—allerdings mit teilweise um Größenordnungen falschen Wirkungsquerschnitten.⁷⁸⁾ Die detaillierten Rechnungen von FWY geben jedoch die Sicherheit, daß die hier gemachten Vereinfachungen, die es erlauben, die Diskussion auf den wesentlichen Punkt zu beschränken, das Endergebnis tatsächlich nicht verfälschen.

⁷⁸⁾Die gleiche Kritik gilt, wie in Kap. 1 erwähnt, für die häufig zitierte Arbeit von DICUS, KOLB, TEPLITZ, WAGONER, (Fn. 59).

4.2 Interferenz zwischen Primakoff- und Compton-Amplitude

Der Streuprozess Gl. (4.1) kann mittels einer "Compton-Amplitude" f_C erfolgen, die durch den Feynmangraph Fig. 2a dargestellt wird, und mittels einer "Primakoff-Amplitude" f_P , die in Fig. 2b dargestellt ist. Das wird durch die Lagrangefunktionen Gl. (2.1) bzw. (2.3) ermöglicht. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion von Axionen ist folglich⁷⁹⁾

$$\frac{d\sigma_{\gamma \rightarrow a}}{d\Omega} = \frac{1}{4} \sum_{\epsilon, \epsilon_1, \epsilon_2} (f_C + f_P)^2. \quad (4.5)$$

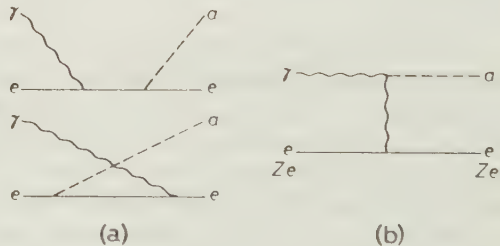
Über die Spin- und Polarisationsfreiheitsgrade ist zu summieren bzw. zu mitteln, weil die beteiligten Reaktionspartner unpolarisiert sind und keine Polarisationszustände beobachtet werden.

In der Literatur wird im Zusammenhang mit den Photoproduktionsraten von Axionen ausnahmslos von "Primakoff-Prozeß" und "Compton-Prozeß" gesprochen, als ob es sich dabei um unabhängige Prozesse handeln würde, d.h. der Interferenzterm $2f_C f_P$ wird stets ohne weitere Diskussion vernachlässigt. Tatsächlich handelt es sich lediglich um verschiedene Feynman-Amplituden ein- und desselben Prozesses $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$. Daher muß zunächst die Bedeutung des Interferenzterms untersucht werden.

Fig. 2 Feynman-Graphen, die zur Photoproduktion von Axionen beitragen, $\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$, wobei als Target auch ein Kern der Ladung Ze in Frage kommt.

(a) Compton-Amplitude mit Elektronen als Target.

(b) Primakoff-Amplitude mit Elektronen oder Kernen als Target.



In der jeweils niedrigsten Ordnung einer ω/m_e -Entwicklung lauten die beiden

⁷⁹⁾ Die Streuamplituden sind in niedrigster Ordnung der Störungsreihe reell, so daß hier keine Betragstriche nötig sind. Es ist jedoch nicht offensichtlich, ob der Interferenzterm $2f_C f_P$ positiv oder negativ ist. Eine genaue Diskussion dieser Frage erübrigt sich für unsere Zwecke.

Streuamplituden⁸⁰⁾ für Elektronen als Targets (bis auf etwaige Vorzeichen):

$$\begin{aligned} f_C &= \frac{1}{4\pi} \frac{eg}{2m_e} \frac{\omega}{m_e} (1 - \cos \vartheta) (\epsilon \cdot \chi_1^\dagger \sigma \chi_1), \\ f_P &= \frac{1}{4\pi} \frac{eG}{2} \sqrt{\frac{1 + \cos \vartheta}{1 - \cos \vartheta}} (\epsilon \cdot \lambda) \chi_2^\dagger \chi_1. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Hierin ist λ ein Einheitsvektor in Richtung des Vektors $\mathbf{k} \times \mathbf{p}_a$ (Photonimpuls $\mathbf{k}$, Axionsimpuls $\mathbf{p}_a$) und ϑ der Streuwinkel. χ_1 und χ_2 sind die Pauli-Spinoren der ein- bzw. auslaufenden Elektronen. Die Singularität der Primakoff-Amplitude in Vorwärtsrichtung ergibt sich, weil das Axion hier näherungsweise als masselos angenommen wurde. Es kommt zunächst nämlich nur auf die Spinstruktur der Streuamplituden an. ϵ ist der als reell angenommene Polarisationsvektor des Photons.

Für den Interferenzterm ergibt sich hieraus

$$\sum_{\epsilon, s_1, s_2} 2f_C f_P \sim \sum_{\epsilon, s_1, s_2} (\epsilon \cdot \chi_2^\dagger \sigma \chi_1) (\epsilon \cdot \lambda) \chi_2^\dagger \chi_1 = \sum_{\epsilon, s_1} (\epsilon \cdot S_1) (\epsilon \cdot \lambda). \quad (4.7)$$

Um zu dem letzten Ausdruck zu gelangen, benützt man $\chi_2^\dagger \chi_1 = \delta_{s_1 s_2}$, um über s_2 zu summieren. Dann ist $\chi_2 = \chi_1$ und man kann $\chi_2^\dagger \sigma \chi_1$ als den Erwartungswert S_1 des Spins des einlaufenden Elektrons interpretieren.

Dieser letzte Term ist aber gleich Null, da der Mittelwert $\frac{1}{2} \sum_{s_1} S_1$ eines unpolarisierten Teilchens per definitionem verschwindet. Somit folgt in dieser nichtrelativistischen Näherung, daß

$$\frac{d\sigma_{\gamma \rightarrow a}}{d\Omega} = \frac{1}{4} \sum_{\epsilon, s_1, s_2} (f_C^2 + f_P^2). \quad (4.8)$$

In dieser Näherung und *nur im Sinne dieser Mittelung* können die beiden Amplituden dann als unabhängige Prozesse aufgefaßt werden, die nicht interferieren. Bei der Berechnung relativistischer Korrekturfaktoren, wie sie von FWY angegeben wurden, müßte der Interferenzterm berücksichtigt werden—im Gegensatz zu der dortigen Behandlung.⁸¹⁾

⁸⁰⁾Mit den üblichen Konventionen zur Berechnung des invarianten Matrixelementes M_R [siehe J. D. BJORKEN, S. D. DRELL, *Relativistische Quantenmechanik*, BI-Hochschultaschenbücher Bd. 98/98a (Bibliographisches Institut, Mannheim, 1966)] ist $f = \sqrt{E_a/\omega} M_R/4\pi$, wobei im Matrixelement bereits die Energie-Impuls-Erhaltung zu berücksichtigen ist. Im gegenwärtigen Fall ist ferner $E_a = \omega$, also $f = M_R/4\pi$.

⁸¹⁾Es wird sich im folgenden jedoch herausstellen, daß im Falle der DFS-Axionen aufgrund von Abschirmeffekten $|f_P| \ll |f_C|$. Dann kann f_P im wesentlichen ganz vernachlässigt werden. Bei KSVZ-Axionen mit $g = 0$ kann umgekehrt f_C weggelassen werden, so daß in beiden Fällen der Interferenzterm auch bei hohen Energien ohne Bedeutung ist. Insgesamt bleiben also die von FWY berechneten Korrekturfaktoren für den "Compton-Prozeß" richtig, falls man ihre Resultate auf das DFS-Axion anwendet.

Im Falle von Kernen als Targets ergibt sich wegen ihrer vergleichsweise großen Masse eine weitere Vereinfachung, da in der Compton-Amplitude die Targetmasse im Nenner auftritt. Im Falle der Axionen ist zwar $g \sim m_{\text{target}}$, so daß $eg/2m_{\text{target}}$ von dieser Masse nicht abhängt, jedoch bleibt eine Potenz der Masse von dem Term ω/m_{target} im Nenner erhalten. Da die Anzahldichte von Kernen und Elektronen ungefähr gleich groß ist, kann der "Compton-Prozeß" an Kernen vernachlässigt werden.

Somit betrachten wir im folgenden den "Compton-" und "Primakoff-Prozeß" als unabhängige Prozesse und berücksichtigen für ersteren nur Elektronen, für letzteren Elektronen und Kerne als Streuzentren der Reaktion (4.1).

4.3 Der Primakoff-Prozeß

a) Wirkungsquerschnitt

Zur Berechnung des Primakoff-Wirkungsquerschnitts wird nun ein Photon der Energie ω betrachtet, das an einer elektrischen Ladungsverteilung $\varrho(\mathbf{r})$ gestreut wird. Diese Ladungsverteilung erzeugt ein äußeres elektrostatisches Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, in dem sich das Photon entsprechend der Lagrangefunktion Gl. (2.3) in ein Axion verwandeln kann. Mit "äußerem Feld" ist lediglich gemeint, daß die Quellen dieses Feldes durch den Streuprozess im wesentlichen unverändert bleiben, wie es der Fall sein wird, wenn keV-Photonen an einer Ansammlung von Elektronen und Kernen streuen. Dann findet man für den differentiellen Wirkungsquerschnitt⁸²⁾

$$\frac{d\sigma_P}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{Ge}{4\pi} \right)^2 \frac{|\mathbf{k} \times \mathbf{p}_a|^2}{|\Delta|^4} |F(\Delta)|^2, \quad (4.9)$$

wobei $\Delta \equiv \mathbf{k} - \mathbf{p}_a$ der Impulsübertrag ist. Im Rahmen der oben diskutierten Näherungen wird in der Reaktion keine Energie übertragen. Der Formfaktor F der Ladungsverteilung ist definiert als

$$F(\mathbf{q}) \equiv \frac{1}{e} \int d^3\mathbf{r} \varrho(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.10)$$

wobei e die (positive) Elementarladung ist.

⁸²⁾ Dieses Resultat erhält man entweder durch die Anwendung der üblichen Feynman-Regeln mit Hilfe des Vertexfaktors Gl. (2.4), oder rein klassisch, indem man das Skalarprodukt aus dem elektrostatischen Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ und dem durch eine ebene elektromagnetische Welle definierten Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ als Quelle für das klassische Axionfeld im Sinne von Gl. (2.7) auffaßt. Für $|\mathbf{k}| = |\mathbf{p}_a| = \omega$ ist dieses Resultat gleich dem Quadrat der durch Gl. (4.6) gegebenen Streuamplitude $|f_r|$, wobei zusätzlich die Spin- und Polarisationssummen und -mittelungen ausgeführt sind.

Die Axionmasse m_a ist im Vergleich zur Photonenergie klein, so daß der Wirkungsquerschnitt folgendermaßen lautet:

$$\frac{d\sigma_p}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{Ge}{4\pi} \right)^2 \frac{\sin^2 \vartheta}{[2(1 - \cos \vartheta) + (\Delta_0/\omega)^2 \cos \vartheta]^2} |F(\Delta)|^2, \quad (4.11)$$

wobei der Vorwärtsimpulsübertrag durch $\Delta_0 = |\mathbf{k}| - |\mathbf{p}_a| \approx m_a^2/2\omega$ definiert ist. Wegen der Kleinheit von m_a ist $\Delta_0/\omega \ll 1$.

Wenn das Streuzentrum eine punktförmige Ladung Ze ist, ergibt sich für den Formfaktor $|F|^2 = Z^2$, unabhängig vom Impulsübertrag und damit unabhängig vom Streuwinkel ϑ . Dann ist der Wirkungsquerschnitt in der Nähe der Vorwärtsrichtung proportional zu $\vartheta^2 / [\vartheta^2 + (\Delta_0/\omega)^2]^2$, ein Ausdruck, der an der Stelle $\vartheta = \Delta_0/\omega$ stark überhört ist. Der totale Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_p = Z^2 \left(\frac{Ge}{4\pi} \right)^2 \pi \left[\ln \left(\frac{2\omega}{\Delta_0} \right) - 1 \right] \quad (4.12)$$

wird hauptsächlich von diesem Maximum bestimmt.⁸³⁾ Offensichtlich spielt Δ_0 die Rolle eines Abschneideparameters für die ansonsten unendliche Reichweite des Coulombfeldes, die zu einem divergierenden totalen Wirkungsquerschnitt führen würde.

Die bisherigen Betrachtungen gelten für den Fall, daß die Reaktion im Vakuum stattfindet, d.h. daß außer der lokalisierten Ladungsverteilung des Targets keine weiteren Teilchen vorhanden sind. In einem Plasma dagegen ist der Impuls eines Photons der Energie ω durch die Dispersionsrelation $|\mathbf{k}| = \sqrt{\omega^2 - \omega_{pl}^2}$ gegeben, wobei die Plasmafrequenz in Gl. (3.1) definiert wurde. FWY haben als erste darauf hingewiesen, daß in dem hier betrachteten Fall mit $m_a \ll \omega$ auch $m_a \ll \omega_{pl}$ gilt, da beispielsweise in der Sonne oder in roten Riesen die Plasmafrequenz zwar deutlich kleiner als typische thermische Photonenergien, aber doch von der gleichen Größenordnung ist.⁸⁴⁾ Daher wird Δ_0 durch ω_{pl} dominiert. In niedrigster Ordnung ist dann $\Delta_0 = |\omega_{pl}^2 - m_a^2|/2\omega$, eine Näherung, in der alle bisherigen Resultate mit dem so umdefinierten Δ_0 erhalten bleiben. Für unsere Zwecke kann ferner m_a ganz vernachlässigt werden, so daß das Photon die kinematische Rolle eines massiven Teilchens, das Axion die eines masselosen Teilchens spielt, in völliger Umkehrung der ersten naiven Erwartung.

⁸³⁾Siehe auch die detaillierte Diskussion dieses Wirkungsquerschnittes im Zusammenhang mit neutralen Pionen von L. STODOLSKY, "Coulomb and photon effects at high energy", *J. Phys. (Paris)*, Suppl. **35** (1974) C2-87.

⁸⁴⁾In Sonnensentrum ist $\omega_{pl} = 0.3 \text{ keV}$, während $T = 1.3 \text{ keV}$ ist; somit ist die mittlere Energie eines "Schwarzkörperphotons" $\langle \omega \rangle = 3.5 \text{ keV}$.

Mit der Approximation $\Delta_0 \approx \omega_{\text{pl}}^2/2\omega$ erwartet man dann, daß die Axionemissionsrate um einen Betrag der Größenordnung $\ln(\omega_{\text{pl}}/\omega)/\ln(m_a/\omega) \approx 0.3$ reduziert wird. Das wird durch die detaillierten Rechnungen von FWY bestätigt (siehe auch Fig. 3, S. 54).

Die soeben vorgetragenen Argumente sind nun zwar richtig, aber nicht vollständig. Das Plasma modifiziert nicht nur die Dispersionsrelation transversaler Anregungen des elektromagnetischen Feldes, es stellt auch eine nichttriviale Ladungsverteilung dar, die den obigen, für eine *isolierte* Punktladung berechneten Formfaktor modifiziert. In einem Plasma zieht jede Ladung entgegengesetzt geladene Teilchen an und stößt Teilchen des gleichen Ladungsvorzeichens ab. Deshalb ist jede Ladung—im zeitlichen Mittel—von einer Wolke entgegengesetzt geladener Teilchen umgeben, die den Einfluß der primären Ladung neutralisiert. Im folgenden soll daher die Bedeutung dieser statistischen Ladungswolke für den Wirkungsquerschnitt untersucht werden.

b) Statistischer Formfaktor

Dazu wird eine ebene elektromagnetische Welle betrachtet, die mit einer stationären Verteilung von N Punktladungen $Z_i e$ wechselwirkt, $i = 1, \dots, N$, die sich an den festen aber beliebigen Raumpunkten $\mathbf{r}_i$ befinden. Der Formfaktor dieser Ladungsverteilung ist

$$|F_N(\mathbf{q})|^2 = \sum_{i=1}^N Z_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^N Z_i Z_j \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{ij}), \quad (4.13)$$

wobei $\mathbf{r}_{ij} \equiv \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$ die Relativkoordinate der Teilchen i und j bezeichnet. Der erste Term ist die Summe über die Formfaktoren der einzelnen Ladungen. Der zweite Term entsteht durch die Interferenz der an den verschiedenen Ladungen gestreuten Wellen.

In der hier maßgebenden physikalischen Situation werden sehr viele verschiedene Photonen an sehr vielen verschiedenen Ladungskonfigurationen gestreut, die sich in thermischem Gleichgewicht bei der Temperatur T befinden. Deshalb ist lediglich ein statistischer Mittelwert dieses Formfaktors von Bedeutung. Wenn alle Teilchenkonfigurationen dieselbe a-priori-Wahrscheinlichkeit besäßen, wie dies im Falle eines idealen Boltzmann-Gases angenommen wird, dann würde der Interferenzterm in Gl. (4.13) zu Null gemittelt. Dies entspricht der physikalischen Situation eines stark verdünnten oder sehr heißen Plasmas. Dann wäre es wirklich richtig, den für isolierte Teilchen berechneten Wirkungsquerschnitt Gl. (4.12) für die Axionemissionsrate zu benutzen—entsprechend der Vorgehensweise aller bisherigen Autoren auf diesem Gebiet.

In einem realen Plasma wechselwirken die Teilchen jedoch mittels ihrer Coulombfelder und ihre Bewegungen sind korreliert. Die binäre Korrelationsfunktion kann in

diesem Fall explizit mit Hilfe eines Gibbs-Ensembles berechnet werden.⁸⁵⁾ Mit Hilfe der dort hergeleiteten Resultate kann die Wahrscheinlichkeit, Teilchen j in einer Entfernung r von Teilchen i zu finden, folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$p_{ij}(r) = \frac{1}{V} \left(1 - \frac{Z_i Z_j \alpha}{T} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right), \quad i \neq j. \quad (4.14)$$

Hierin ist α die Feinstrukturkonstante und in dem Ausdruck

$$\kappa \equiv \sqrt{\frac{4\pi\alpha}{T} \sum_{i=1}^N \frac{Z_i^2}{V}} \quad (4.15)$$

erkennt man mühelos den inversen Debye-Hückel-Radius, der bereits in Gl. (3.3) definiert worden ist. V ist ein Normierungsvolumen, das so groß sein soll, daß die binäre Korrelationsfunktion mit beliebiger Genauigkeit auf 1 normiert ist: $\int d^3r p_{ij}(r) = 1$. Ferner ist $p_{ii}(r) = \delta^3(r)$.

Die binäre Korrelationsfunktion p_{ij} hat eine einfache physikalische Interpretation. Wenn man den Ort der Ladung i als den Ursprung eines Koordinatensystems ansieht, dann existiert im zeitlichen Mittel in der Nähe dieses Teilchens eine Ladungsverteilung der Dichte

$$\rho_i(r) = \sum_{j=1}^N p_{ij}(r) Z_j e = Z_i e \left[\delta^3(r) - \frac{\kappa^2}{4\pi} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right]. \quad (4.16)$$

Um diese Gleichung herzuleiten wurde von Gl. (4.15) und der globalen Ladungsneutralität des Plasmas, $\sum_{i=1}^N Z_i = 0$, Gebrauch gemacht. Der erste Term in Gl. (4.16) repräsentiert die Ladung des Teilchens i , während der zweite Term eine entgegengesetzte Ladungswolke darstellt, die durch "Polarisation" des umgebenden Plasmas entsteht. Diese Ladungswolke modifiziert das Potential der primären Ladung derart, daß sich im zeitlichen Mittel das Yukawa-Potential ergibt, das in Gl. (3.2) genannt wurde. Das Coulomb-Potential wird also über Entfernungen abgeschirmt, die größer als ungefähr $R_D = \kappa^{-1}$ sind.

Unter Benutzung der binären Korrelationsfunktion Gl. (4.14) kann nun das statistische Mittel des durch Gl. (4.13) gegebenen Formfaktors bestimmt werden:

$$\langle \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{ij}) \rangle = \int d^3r \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) p_{ij}(r) \quad (4.17)$$

⁸⁵⁾ L. D. LANDAU, E. M. LIFSCHITZ, *Statistische Physik*, Teil I, 5. Aufl. (Akademie-Verlag, Berlin, 1979).

mit $r = |\mathbf{r}|$. Dann folgt

$$\langle |F_N(\mathbf{q})|^2 \rangle = \sum_{i=1}^N Z_i^2 \left[1 - \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + |\mathbf{q}|^2} \right] = \sum_{i=1}^N Z_i^2 \frac{|\mathbf{q}|^2}{\kappa^2 + |\mathbf{q}|^2}. \quad (4.18)$$

Nun kann man auf die Summation verzichten und statt dessen jedem Teilchen der Ladung Ze folgenden effektiven Formfaktor zuordnen:

$$|F_{\text{eff}}(\mathbf{q})|^2 = Z^2 \frac{|\mathbf{q}|^2}{\kappa^2 + |\mathbf{q}|^2}. \quad (4.19)$$

Dieser "Formfaktor" berücksichtigt den Beitrag des gegebenen Teilchens zur Streuung und die Hälfte des Terms, der von der Interferenz der Streuamplitude dieses Targets mit der von allen anderen Teilchen kommenden Amplituden herrührt. Wenn dann über alle Targets summiert wird, wird jeder dieser Interferenzterme doppelt gezählt, so daß insgesamt keine Mehrfachzählung auftritt. Offenbar tragen stets nur Targets zu einer Streuung bei, die nicht viel weiter als $R_D = \kappa^{-1}$ voneinander entfernt sind.

Es muß hervorgehoben werden, daß F_{eff} nicht der Formfaktor der Ladungsverteilung (4.16) ist, die aus einer Ladung und ihrer Debye-Hückel-Wolke besteht. Diese Ladungsverteilung hat den Formfaktor

$$|F_{\text{DH}}(\mathbf{q})|^2 = Z^2 \frac{|\mathbf{q}|^4}{(\kappa^2 + |\mathbf{q}|^2)^2}, \quad (4.20)$$

der sich von F_{eff} stark unterscheidet.

Man kann einer Punktladung in einem Plasma also verschiedene Formfaktoren zuordnen, die je nach physikalischer Situation angewandt werden müssen. Der Formfaktor F_{eff} ergibt sich, indem man zuerst die Streuamplituden summiert und dann quadriert und ist somit der korrekte quantenmechanische Ausdruck. Er ist jedoch so nur anwendbar, wenn sich die Ladungsverteilung während eines Streuereignisses nicht wesentlich ändert. Dann ist offenbar die korrekte Prozedur, über viele solcher Streuereignisse zu mitteln. Falls sich jedoch die Teilchen so schnell bewegen, daß die Ladungskonfiguration "während" eines Streuereignisses viele verschiedene Zustände durchläuft, muß zuerst eine zeitliche Mittelung der Ladungsverteilung durchgeführt werden, die anschließend als Streuzentrum benützt wird. Dann ist der Formfaktor F_{DH} maßgebend.

Im Falle des Primakoff-Effektes ist der relevante Zeitmaßstab die Zeit, die ein Photon benötigt, um eine typische Region der linearen Dimension $R_D = \kappa^{-1}$ zu durchmessen. Während dieser Zeit ändert sich die Ladungsverteilung nicht wesentlich, da der charakteristische Maßstab für die zeitliche Variation dieser Verteilungen die Zeit ist, die

Elektronen benötigen, um eine solche Region zu durchqueren. Wegen der nichtrelativistischen Geschwindigkeiten der Elektronen ist dieser Maßstab wesentlich größer als die zeitliche Dauer eines Streueignisses. Es ist ferner zu bemerken, daß das elektromagnetische Feld während einer solchen Zeitspanne kohärent bleibt, denn der typische Maßstab zeitlicher Kohärenz ist die inverse Bandbreite des Photonspektrums,⁸⁶⁾ d.h. von der Ordnung T^{-1} . In den hier interessierenden Fällen ist $T^{-1} \gg \kappa^{-1}$, was auch bedeutet, daß eine typische Streuregion kleiner als eine Photonwellenlänge ist.

Diese Argumentation weist darauf hin, daß der Primakoff-Wirkungsquerschnitt Gl. (4.9) durch den effektiven Formfaktor F_{eff} ergänzt werden muß. Der Formfaktor F_{DH} würde die Axionemissionsrate noch stärker unterdrücken, als die folgende Betrachtung zeigt, in der F_{eff} angewandt wird.

c) Energieverlust eines Plasmas

Um den Energieverlust eines stellaren Plasmas aufgrund der Axionemission mittels des Primakoff-Prozesses zu berechnen, kann zunächst der Wirkungsquerschnitt weiter vereinfacht werden. Mit Hilfe von $\Delta_0 \approx \omega_{\text{pl}}^2/2\omega$ und mit der Definition des Debye-Hückel-Radius stellt man fest, daß

$$\frac{\Delta_0^2}{\kappa^2} = \frac{\pi \alpha n_e^2 T}{\hat{n} m_e^2 \omega^2} \approx \frac{\pi \alpha}{8} \frac{\rho}{m_e^2 m_u T} = 0.6 \times 10^{-5} \frac{\rho_2}{T_7}, \quad (4.21)$$

wobei $\omega \approx 2T$, $\hat{n}/2 \approx n_e \approx \rho/m_u$, $\rho_2 \equiv \rho/10^2 \text{ g cm}^{-3}$ und $T_7 \equiv T/10^7 \text{ K}$ benützt wurde. Deshalb kann in allen hier interessierenden Fällen Δ_0^2 relativ zu κ^2 vernachlässigt werden.

Unter Berücksichtigung des Formfaktors F_{eff} ist dann der differentielle Wirkungsquerschnitt für Streuwinkel in der Nähe der Vorwärtsrichtung proportional zu $\vartheta^2 / [\vartheta^2 - (\Delta_0/\omega)^2]$. Dieser Ausdruck zeigt keine Überhöhung mehr und würde für $\Delta_0 = 0$ nicht divergieren. Deshalb wird Δ_0 überhaupt vernachlässigt, was den differentiellen Wirkungsquerschnitt nur für Winkel $0 < \vartheta \lesssim \Delta_0/\omega$ verfälscht. Man erhält dann:

$$\frac{d\sigma_{\text{P}}}{d\Omega} = \frac{Z^2}{8} \left(\frac{Ge}{4\pi} \right)^2 \frac{1 + \cos \vartheta}{1 + 2(\kappa/2\omega)^2 - \cos \vartheta}. \quad (4.22)$$

Das vormals dominante Vorwärtsmaximum ist nun wegen der geringen Reichweite des abgeschirmten Coulomb-Feldes völlig verschwunden.

Integration über die Streuwinkel liefert dann den totalen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\text{P}}(\omega) = Z^2 \left(\frac{Ge}{4\pi} \right)^2 \frac{\pi}{2} \left[\left(1 + \frac{\kappa^2}{4\omega^2} \right) \ln \left(1 + \frac{4\omega^2}{\kappa^2} \right) - 1 \right]. \quad (4.23)$$

⁸⁶⁾ M. BORN, E. WOLF, *Principles of Optics*, 5. Aufl. (Pergamon Press, Oxford, 1975).

Für $\omega \ll \kappa$ ist der Term in eckigen Klammern einfach $2\omega^2/\kappa^2$.

Unter Anwendung von Gl. (4.2) und der Definition Gl. (2.14) für $\alpha_{a\gamma\gamma}$ erhält man dann für die Energieverlustrate den Ausdruck

$$\epsilon_p(T) = \frac{\alpha_{a\gamma\gamma}}{m_e^2} \hat{n} T^4 f(\xi^2) \quad (4.24)$$

wobei $\hat{n}$ durch Gl. (4.4c) definiert ist. Ferner ist

$$\xi^2 \equiv \left(\frac{\kappa}{2T}\right)^2 = \frac{\pi\alpha\hat{n}}{T^3}. \quad (4.25)$$

Die Funktion f ist definiert als

$$f(\xi^2) \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \left[(x^2 + \xi^2) \ln(1 + x^2/\xi^2) - x^2 \right] \frac{x}{e^x - 1} dx, \quad (4.26)$$

wobei $x \equiv \omega/T$ als Integrationsvariable benützt wurde. Als Beispiel sei erwähnt, daß in einem Standardmodell der Sonne⁸⁷⁾ näherungsweise $\xi^2 = 12$ gilt. Dieser Wert variiert innerhalb der Sonne um höchstens etwa 15%. Für einen reinen Heliumstern mit $\rho = 10^4 \text{ g cm}^{-3}$ und $T = 10^8 \text{ K}$ ist $\xi^2 = 2.5$. In Tab. I sind einige Werte für $f(\xi^2)$ aufgeführt.

ξ^2	$f(\xi^2)$	ξ^2	$f(\xi^2)$	ξ^2	$f(\xi^2)$	ξ^2	$f(\xi^2)$	ξ^2	$f(\xi^2)$
0.5	2.424	3.5	1.031	8.0	0.632	14.0	0.433	20.0	0.333
1.0	1.864	4.0	0.958	9.0	0.586	15.0	0.412	22.0	0.310
1.5	1.567	4.5	0.896	10.0	0.546	16.0	0.393	24.0	0.290
2.0	1.371	5.0	0.843	11.0	0.512	17.0	0.376	26.0	0.273
2.5	1.229	6.0	0.756	12.0	0.482	18.0	0.361	28.0	0.257
3.0	1.119	7.0	0.688	13.0	0.456	19.0	0.347	30.0	0.243

Tab. I Numerische Werte für $f(\xi^2)$ aus Gl. (4.26).

Nun wird der Energieausstoß pro Masseneinheit berechnet. Mit Hilfe der Approximation Gl. (4.4c) für $\hat{n}$ ergibt sich

$$\begin{aligned} \epsilon_p(\rho, T, X_H) &\approx \frac{\alpha_{a\gamma\gamma}}{m_e^2 m_u} \frac{3 + X_H}{2} T^4 f\left(\frac{\pi\alpha\rho(3 + X_H)}{2T^3}\right) \\ &= 4.95 \times 10^{-3} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} (3 + X_H) T_7^4 \times \\ &\quad \times f(8.28 (3 + X_H) \rho_2 T_7^{-3}) (\alpha_{a\gamma\gamma}/4.37 \times 10^{-28}). \end{aligned} \quad (4.27)$$

⁸⁷⁾BAHCALL et al. (Fn. 67).

Dieses Ergebnis gilt für jedes pseudoskalare Teilchen, das mittels einer Lagrangefunktion der Art (2.3) an Photonen koppelt und das leicht ist verglichen mit den maßgebenden stellaren Temperaturen.

Für den speziellen Fall der unsichtbaren Axionen und für Bedingungen, wie sie im Sonnenzentrum herrschen,⁸⁸⁾ nämlich $T_7 = 1.55$, $X_H = 0.3545$ und $\rho_2 = 1.563$, ist dies $\epsilon_p = 0.047 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \cdot (m_a/\text{eV})^2$. Für solche Bedingungen und wenn alle Parameter außer T festgehalten werden, variiert $f(\xi^2)$ in der Nähe von $T = 1.5 \times 10^7 \text{ K}$ ungefähr wie T^2 , d.h. ϵ_p ungefähr wie T^6 .

Zu Vergleichszwecken sei erwähnt, daß im Sonnenzentrum eine Leistung von ungefähr $16 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ durch die pp -Ketten freigesetzt wird und etwa $4 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ durch den CNO-Zyklus, wenn man für den kombinierten Anteil von Kohlenstoff und Stickstoff $X_{\text{CN}} = 0.02$ annimmt.

Wenn man Abschirmeffekte unberücksichtigt ließe, wie das in den Arbeiten von FWY geschehen ist, erhielte man für die Axionemissionsrate im Sonnenzentrum ungefähr $\epsilon_p = 1.1 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \cdot (m_a/\text{eV})^2$. Das ist ungefähr 25 Mal mehr als das hier berechnete Resultat. Dieses Resultat dagegen würde sich in denselben Einheiten auf $\epsilon_p = 0.015$ reduzieren, wenn man den Formfaktor F_{DH} einer zeitlich gemittelten Ladungsverteilung anstatt F_{eff} einer Ensemble-gemittelten, stationären Verteilung benutzen würde.

d) Energiespektrum

Das Energiespektrum der Axionen ist weit davon entfernt, einer Schwarzkörperverteilung der Temperatur T zu folgen, denn das primäre Photonspektrum wird durch die Frequenzabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts moduliert. Bei niedrigen Frequenzen variiert der Primakoff-Querschnitt wie ω^2 , so daß dieser Teil des Spektrums relativ zu dem bei hohen Frequenzen stark unterdrückt wird. Deshalb erwartet man, daß das Maximum der Axionverteilung bei wesentlich höheren Energien liegt als das des Photonspektrums.

Im Falle des für die Sonne typischen Wertes $\xi^2 = 12$ zeigt eine numerische Rechnung, daß das Maximum des differentiellen Anzahl-Flusses der Axionen bei $E_a/T \approx 3.5$ liegt. Die mittlere Energie ist $\langle E_a/T \rangle \approx 4.4$. Diese Werte sind mit denen des primären Schwarzkörperspektrums zu vergleichen: Dort liegt das Maximum bei $\omega/T \approx 1.6$ und die mittlere Photonenergie ist $\langle \omega/T \rangle \approx 2.7$.

In Fig. 3 ist der differentielle Axionfluß aufgrund des Primakoff-Effektes für die Bedingungen des Sonnenzentrums, unter denen die Plasmafrequenz den Wert $\omega_{\text{pl}} = 0.3 \text{ keV}$ und der inverse Debye-Hückel-Radius den Wert $\kappa = 9 \text{ keV}$ annimmt, für die Axionmasse $m_a = 1 \text{ eV}$ und damit $\alpha_{a\gamma\gamma} = 4.37 \times 10^{-28}$ aufgetragen.

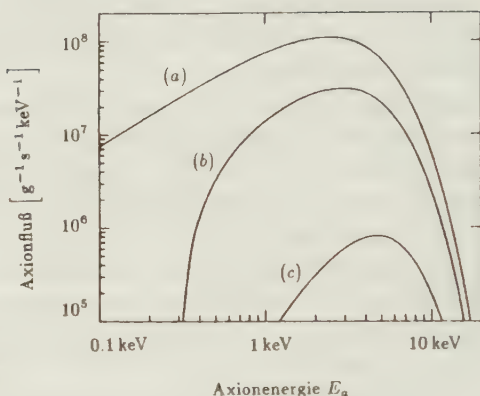
⁸⁸⁾ BAHCALL et al. (Fn. 67).

Fig. 3 Differentieller Axionfluß für Bedingungen des Sonnensentrums ($\omega_{pl} = 0.3 \text{ keV}$, $\kappa = 9 \text{ keV}$) aufgrund des Primakoff-Effektes. $m_a = 1 \text{ eV}$ und daher $\alpha_{a\gamma\gamma} = 4.37 \times 10^{-28}$.

(a) Vernachlässigung aller Plasmaeffekte wie bei DICUS et al. (Fn. 59).

(b) Berücksichtigung der Dispersionsrelation für transversale Photonen wie bei FWY (Fn. 63).

(c) Zusätzlich Berücksichtigung von Abschirmeffekten, die in der hier vorgelegten Arbeit diskutiert worden sind.



Kurve (a) entspricht dem Fall, daß alle Plasmaeffekte ignoriert werden.⁸⁹⁾ Kurve (b) entspricht dem von FWY behandelten Fall, in dem der kinematische Effekt der Plasmafrequenz berücksichtigt worden ist. Diese Kurve biegt bei niedrigen Axionenenergien stark nach unten ab, weil das primäre Photonspektrum für Frequenzen unterhalb der Plasmafrequenz unterdrückt ist. Kurve (c) schließlich entspricht den hier berechneten Wirkungsquerschnitten unter Berücksichtigung von Abschirmeffekten. Die Reduktion des Axionflusses von (a) $\rightarrow$ (b) $\rightarrow$ (c) ist dieser Darstellung deutlich zu entnehmen wie auch die Tatsache, daß das Maximum des Axionspektrums zu höheren Energien verschoben wird, da vornehmlich der Bereich niedriger Energien unterdrückt ist.

4.4 Der Compton-Prozeß

Der totale Wirkungsquerschnitt kann in der niedrigsten Ordnung einer ω/m_e -Entwicklung durch direkte Integration von $|f_C|^2$ aus Gl. (4.6) gewonnen werden, wobei die Spin- und Polarisationssummen und -mittelungen in einem geeigneten Koordinatensystem ausgeführt werden. Die Kopplungskonstante $\alpha_{ace} = g^2/4\pi$ wurde in Gl. (2.17) definiert. Dann erhält man

$$\sigma_C(\omega) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha_{ace}}{m_e^2} \left(\frac{\omega}{m_e} \right)^2. \quad (4.28)$$

Auswertung des Integrals Gl. (4.2) liefert dann, wobei nur Elektronen als Targets

⁸⁹⁾ DICUS et al. (Fn. 59).

berücksichtigt werden,

$$\epsilon_c^*(T) = \frac{160}{\pi} \zeta(6) \frac{\alpha \alpha_{ee}}{m_e^4} n_e T^6. \quad (4.29)$$

Die Riemannsche Zetafunktion nimmt den Wert $\zeta(6) \approx 1.017$ an. Diese Emissionsrate stimmt vollkommen mit dem entsprechenden Resultat von FWY überein.

Im Sinne der in Gl. (4.4) gemachten Näherung für die Elektronendichte ergibt sich für den Energieausstoß pro Masseneinheit:

$$\begin{aligned} \epsilon_c(T, X_H) &\approx \frac{80}{\pi} \zeta(6) \frac{\alpha \alpha_{ee}}{m_e^4 m_u} (1 + X_H) T^6 \\ &= 2.67 \times 10^{-2} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} (1 + X_H) T_7^6 (\alpha_{ee}/1.60 \times 10^{-23}). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Für Axionen ist dies $\epsilon_c = 0.50 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} (m_a/\text{eV})^2 (2 \cos^2 \beta)^2$ im Sonnenzentrum.

Das Energiespektrum der Axionen ist wiederum weit davon entfernt, einer Schwarzkörperverteilung der Temperatur T zu folgen. Zur Bezugnahme im Zusammenhang mit der Möglichkeit, den solaren Axionfluß zu messen (siehe §8.3), wird ein numerischer Ausdruck für den differentiellen Axionfluß angegeben:

$$\frac{dF}{dE_a} = 3.32 \times 10^5 \text{ s}^{-1} \text{ g}^{-1} \text{ keV}^{-1} \frac{\alpha_{ee}}{1.60 \times 10^{-23}} (1 + X_H) \frac{E_{\text{keV}}^4}{e^{1.160 E_{\text{keV}}/T} - 1}. \quad (4.31)$$

Hierin ist E_{keV} die Axionenenergie in keV. Eine graphische Darstellung findet sich in Fig. 7 auf S. 98. Das Maximum dieses differentiellen Anzahl-Flusses liegt bei $E_a/T \approx 3.9$ und die mittlere Axionenenergie ist $\langle E_a/T \rangle \approx 4.9$.

4.5 Plasmon-Zerfall

Im Zusammenhang mit Photoproduktion muß auch der "Einkörperprozeß" $\gamma \rightarrow \gamma + a$ erwähnt werden, der aufgrund der Axion-Photon-Kopplung Gl. (2.3) denkbar ist. Im Vakuum wäre er durch die Energie-Impuls-Erhaltung verboten, während er im Plasma möglich ist (Plasmon-Zerfall). FWY finden für die Energieverlustrate eines Plasmas aufgrund dieser Reaktion

$$\epsilon_{\text{pl}} = \frac{1}{\rho} \frac{1}{3\pi^2} \frac{\Gamma_{a \rightarrow \gamma\gamma}}{m_a^3} \omega_{\text{pl}}^4 T^3 \int_{\omega_{\text{pl}}/T}^{\infty} \frac{x \sqrt{x^2 - (\omega_{\text{pl}}/T)^2}}{e^x - 1} dx. \quad (4.32)$$

Man kann für $\Gamma_{a \rightarrow \gamma\gamma}$ das Resultat Gl. (2.5) einsetzen und den Ausdruck Gl. (3.1) für die Plasmafrequenz bei Nichtentartung der Elektronen benützen. Falls $\omega_{\text{pl}} \ll T$ kann ferner

der Integralausdruck durch $\int_0^\infty dx x^2/(e^x - 1) = 2\zeta(3) \approx 2.404$ approximiert werden. Damit erhält man

$$\begin{aligned}\epsilon_{\text{pl}} &\approx \frac{2\zeta(3)}{3} \alpha_{a\gamma\gamma} \alpha^2 \left(\frac{1 + X_{\text{H}}}{2} \right)^2 \frac{\rho T^3}{m_e^4 m_u^2} \\ &= 3.0 \times 10^{-8} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} (1 + X_{\text{H}})^2 \rho_2 T_7^3 (\alpha_{a\gamma\gamma}/4.37 \times 10^{-28}).\end{aligned}\tag{4.33}$$

Im Sonnenzentrum ist dies $\epsilon_{\text{pl}} \approx 2 \times 10^{-7} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} (m_a/\text{eV})^2$ für unsichtbare Axionen. Diese Zahl zeigt, daß der Plasmon-Zerfall im Vergleich zu den Zweikörperprozessen vernachlässigt werden kann.

5. Bremsstrahlungsproduktion in einem dichten Plasma

Die Berechnung der Emissionsraten leichter, pseudoskalarer Teilchen aus einem Plasma wird fortgeführt. Dieses Kapitel konzentriert sich auf Dreikörperprozesse, nämlich Bremsstrahlungsemission von Axionen in Elektron-Elektron- und Elektron-Kern-Stößen. Im Hinblick auf die Axion-Kühlung Weißer Zwerge wird der zweite Prozeß auch für den Fall stark entarteter Elektronen berechnet.

5.1 Problemstellung

Wie zuerst von KRAUSS, MOODY & WILCZEK (KMW) gezeigt wurde, können Axionen in einem stellaren Plasma sehr effektiv durch Bremsstrahlungsprozesse erzeugt werden.⁹⁰⁾ Hierbei kommen Elektronen und Kerne als Quellen für axionische Bremsstrahlung in Frage. Diese Teilchen befinden sich jedoch in thermischem Gleichgewicht, so daß sich die Kerne im Mittel wesentlich langsamer als die Elektronen bewegen. Deshalb strahlen Elektronen viel effektiver als Kerne. Da beide Arten von Teilchen etwa gleich häufig auftreten, können Kerne als Strahlungsquellen völlig vernachlässigt werden. Man erwartet dann, daß Axionen mit etwa gleicher Häufigkeit in Stößen zwischen Elektronen und Kernen und zwischen Elektronen untereinander ausgestrahlt werden, wobei jeweils die Elektronen die Strahlungsquellen sind. Die maßgebenden Feynman-Graphen sind in Fig. 4a und 5 dargestellt.

Zusätzlich zu diesen gewöhnlichen Bremsstrahlungs-Amplituden muß die Elektro-Primakoff-Amplitude (Fig. 4b und eine ähnliche Amplitude für Elektron-Elektron-Stöße) berücksichtigt werden. Beide Arten von Amplituden tragen zu dem gleichen physikalischen Prozeß bei und müssen daher kohärent addiert werden. Es stellt sich allerdings heraus, daß der Beitrag der Elektro-Primakoff-Amplitude wesentlich kleiner ist als derjenige der gewöhnlichen Bremsstrahlungs-Graphen, sofern man für die maßgebenden Kopplungskonstanten die für DFS-Axionen geltenden Werte einsetzt. In diesem Fall kann die Elektro-Primakoff-Amplitude vernachlässigt werden. Im Falle von KSVZ-Axionen, die nicht an Elektronen koppeln, ist nur die Elektro-Primakoff-Amplitude von Bedeutung. Aus diesem Grund braucht der Interferenzterm nie berücksichtigt werden, so daß die beiden Fälle als unabhängige physikalische Prozesse behandelt werden können.

Um die Bedeutung von Abschirmeffekten für die Bremsstrahlungsraten abzuschätzen, wird ähnlich wie im Falle des Primakoff-Effektes vorgegangen. Allerdings wird im jetzigen Fall der Formfaktor F_{DH} aus Gl. (4.20) für die Ladungen im Plasma benutzt (siehe auch die Diskussion auf S. 50). Diese Vorgehensweise läuft darauf hin-

⁹⁰⁾KRAUSS, MOODY, WILCZEK (Fn. 69).

aus, das Coulomb-Gesetz im Sinne von Gl. (3.2) durch ein Yukawa-Potential zu ersetzen und so der Debye-Hückel-Abschirmung Rechnung zu tragen. Man ersetzt dann lediglich den Coulomb-Nenner $|\Delta|^{-4}$ durch den Yukawa-Nenner $(|\Delta|^2 + \kappa^2)^{-2}$. Die Rechtfertigung dafür, als Streuzentrum eine zeitlich gemittelte Ladungsverteilung zu benützen, liegt darin, daß sich die stoßenden Elektronen nicht schneller bewegen als alle anderen Teilchen in dem Plasma, so daß sich das Streuzentrum während eines Streuprozesses erheblich verändern kann.

Im Falle eines nichtrelativistischen, nichtentarteten Plasmas, wie es im Zusammenhang mit der Sonne und roten Riesen betrachtet wird, ist die Yukawa-Skala κ durch den DEBYE-HÜCKEL'schen Ausdruck Gl. (3.3) gegeben. Im Falle eines entarteten Plasmas, das im Hinblick auf weiße Zwerge untersucht wird, muß dieser Ausdruck jedoch modifiziert werden. Wir berücksichtigen der Einfachheit halber dann nur Abschirmung durch die entarteten Elektronen. In einem Thomas-Fermi-Modell findet man dann für die Abschirmlänge⁹¹⁾

$$\kappa = \sqrt{\frac{4\alpha p_F E_F}{\pi}}, \quad (5.1)$$

wobei p_F der Fermi-Impuls der Elektronen und $E_F = \sqrt{p_F^2 + m_e^2}$ die zugehörige Fermi-Energie ist.

Somit wenden wir uns zunächst der Berechnung der Bremsstrahlungs-Erzeugung von Axionen in einem nichtrelativistischen, nichtentarteten Plasma zu, um die Ergebnisse später auf Hauptreihensterne anwenden zu können. Dann wird die entsprechende Rechnung für ein entartetes Plasma im Hinblick auf die Anwendung in weißen Zwergen durchgeführt.

5.2 Nichtrelativistisches, nichtentartetes Plasma

a) Bremsstrahlung in Elektron-Kern-Stößen

Zunächst wird die Bremsstrahlungs-Erzeugung eines Axions in einem Stoß zwischen einem nichtrelativistischen Elektron mit der anfänglichen Geschwindigkeit β_i , wobei $\beta_i = |\beta_i| \ll 1$ ist, mit einem unendlich schweren Kern der Ladung Ze betrachtet, der als ruhend angenommen wird (Fig. 4):

$$e^- + Ze \rightarrow Ze + e^- + a. \quad (5.2)$$

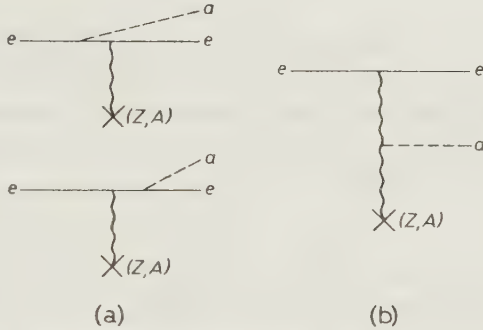
⁹¹⁾Siehe u.B. SHAPIRO & TEUKOLSKY (Fn. 2) oder Lehrbücher der Festkörperphysik. Dort wird allerdings üblicherweise die Fermi-Energie als $E_F = p_F^2/2m_e$ definiert und nur der nichtrelativistische Grenzfall betrachtet.

Das Axion wird als effektiv masseloses Teilchen behandelt, so daß sein Viererimpuls als $E_a(1, \mathbf{B}_a)$ mit $|\mathbf{B}_a| = 1$ geschrieben werden kann. Für die Axionenenergie in Einheiten der Elektronmasse wird die Notation $\omega_a = E_a/m_e$ benutzt.

Fig. 4 Feynman-Amplituden, die zur Axion-Produktion in Elektron-Kern-Stößen beitragen, wobei der Kern als unendlich schweres Streuzentrum aufgefaßt wird.

(a) Bremsstrahlungs-Amplituden in Analogie zur Ausstrahlung von Photonen.

(b) Elektro-Primakoff-Amplitude.



Wenn alle Elektronen dieselbe Geschwindigkeit β_i haben, ergibt sich der folgende Ausdruck für den axionischen Energieverlust des Plasmas:

$$\epsilon_{eZ}^*(\beta_i) = \frac{Z^2 \alpha^2 \alpha_{aee}}{m_e} n_e n_z \int_0^{\beta_i} \beta_f^2 d\beta_f \int \frac{d\Omega_f}{4\pi} \int \frac{d\Omega_a}{4\pi} 4\omega_a^2 \frac{|\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f|^2 - |\mathbf{B}_a \cdot (\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f)|^2}{[|\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f|^2 + (\kappa/m_e)^2]^2}. \quad (5.3)$$

Hier ist $\mathbf{B}_f$ der Geschwindigkeitsvektor des gestreuten Elektrons. Ω_f und Ω_a sind die Bewegungsrichtungen des auslaufenden Elektrons bzw. Axions. Die Energie-Erhaltung liefert $\omega_a = \frac{1}{2}(\beta_i^2 - \beta_f^2)$.

Integration über die Axionwinkel liefert

$$\int \frac{d\Omega_a}{4\pi} \left\{ |\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f|^2 - |\mathbf{B}_a \cdot (\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f)|^2 \right\} = \frac{2}{3} |\mathbf{B}_i - \mathbf{B}_f|^2. \quad (5.4)$$

Wenn man dann über $d\Omega_f$ integriert, ergibt sich mit der Notation $x \equiv \beta_f/\beta_i$ und $\mu \equiv \kappa/m_e\beta_i$

$$\begin{aligned} \epsilon_{eZ}^*(\beta_i) &= \frac{2}{3} \frac{Z^2 \alpha^2 \alpha_{aee}}{4m_e} n_e n_z \beta_i^5 \int_0^1 dx x (1-x^2)^2 \times \\ &\times \left\{ \ln \left[\frac{(1+x)^2 + \mu^2}{(1-x)^2 + \mu^2} \right] - \frac{\mu^2}{(1-x)^2 + \mu^2} + \frac{\mu^2}{(1+x)^2 + \mu^2} \right\}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dieses Resultat weicht von der entsprechenden Gl. (1) der Arbeit von KMW um unseren Faktor 2/3 und um die beiden Terme ab, die proportional zu μ^2 sind.

Um die verbleibenden Integrationen auszuführen wird dieser Ausdruck in Potenzen des (kleinen) Parameters μ^2 entwickelt. Dann ergibt sich, wenn für μ^2 wieder dessen ursprüngliche Definition eingesetzt wird,

$$\epsilon_{eZ}^*(\beta_i) = \frac{8}{135} \frac{Z^2 \alpha^2 \alpha_{aee}}{m_e} n_e n_z \beta_i^5 \left[1 - \frac{15}{2} \left(\frac{\kappa}{m_e \beta_i} \right)^2 + O((\kappa/m_e \beta_i)^4) \right]. \quad (5.6)$$

Um die Energieverlustrate bei der Temperatur T zu erhalten, müssen die Potenzen β_i^5 und β_i^3 der Elektronen-Geschwindigkeiten thermisch gemittelt werden. Da die Elektronen nach Voraussetzung nichtentartet und nichtrelativistisch sind, kann man zu diesem Zweck eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung benutzen, so daß sich folgendes Resultat ergibt:

$$\epsilon_{eZ}^*(T) = \frac{128\sqrt{2/\pi}}{45} \frac{\alpha^2 \alpha_{aee}}{m_e} n_e \bar{n} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{5/2} \left[1 - \frac{5\kappa^2}{4m_e T} + O((\kappa^2/m_e T)^2) \right]. \quad (5.7)$$

Hierin wurde über alle Arten von Kernen summiert, indem $Z^2 n_z$ durch $\bar{n}$ ersetzt wurde, wobei $\bar{n}$ in Gl. (4.4) definiert worden ist. Dieses Ergebnis unterscheidet sich von demjenigen von KMW durch den hiesigen Faktor $2/3$, durch den Koeffizienten des Korrekturterms, der die Abschirmeffekte widerspiegelt, und vor allem durch die Interpretation von κ . Hier ist κ der inverse Debye-Hückel-Radius, während KMW statt dessen die Plasmafrequenz ω_{pi} benutzen, wie in Kap. 3 (S. 37f) ausführlich diskutiert worden ist.

Nun kann mit Hilfe der Näherungen Gl. (4.4) für die maßgebenden Teilchendichten folgender Ausdruck für den Energieausstoß pro Masseneinheit berechnet werden:

$$\begin{aligned} \epsilon_{eZ}(\rho, T, X_H) &\approx \left\{ \frac{68\sqrt{2/\pi}}{45} \frac{\alpha^2 \alpha_{aee}}{m_e} \frac{\rho}{m_u^2} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{5/2} (1 + X_H) \right\} \times \\ &\quad \times \left[1 - \frac{5\pi\alpha\rho(3 + X_H)}{2T^2 m_e m_u} \right] \\ &= \left\{ 0.150 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} T_7^{2.5} \rho_2 (1 + X_H) (\alpha_{aee}/1.60 \times 10^{-23}) \right\} \times \\ &\quad \times \left[1 - 6.98 \times 10^{-2} (3 + X_H) \rho_2 T_7^{-2} \right]. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Im Sonnenzentrum ist dies $\epsilon_{eZ} = 0.95 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} [1 - 0.15] (m_a/\text{eV})^2 (2 \cos^2 \beta)^2$. Der Debye-Hückel-Effekt verursacht also eine nicht völlig vernachlässigbare 15%-Reduktion der "Vakuumrate".

b) Elektro-Primakoff-Effekt

Für die Energieverlustrate durch Axionemission mittels der Elektro-Primakoff-Amplitude ergibt sich in derselben physikalischen Situation wie im vorigen Abschnitt

das Resultat

$$\epsilon_{\text{EP}}^*(\beta_i) = \frac{2}{35} \frac{Z^2 \alpha^2 \alpha_a \gamma \gamma}{m_e} n_e n_s \beta_i^7. \quad (5.9)$$

Hierin sind Abschirmeffekte unberücksichtigt geblieben. Der entsprechende thermische Mittelwert ist

$$\epsilon_{\text{EP}}^*(T) = \frac{768 \sqrt{2/\pi}}{35} \frac{\alpha^2 \alpha_a \gamma \gamma}{m_e} n_e \bar{n} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{7/2}. \quad (5.10)$$

Der Vergleich der Bremsstrahlungsrate und der Elektro-Primakoff-Rate liefert unter Vernachlässigung von Abschirmeffekten das Verhältnis

$$r = \frac{\epsilon_{\text{EP}}^*(T)}{\epsilon_{\text{EZ}}^*(T)} = \frac{54}{7} \frac{\alpha_a \gamma \gamma}{\alpha_{\text{aee}}} \frac{T}{m_e}. \quad (5.11)$$

Im Sonnenzentrum ist beispielsweise $T/m_e \approx 2.5 \times 10^{-3}$ und daher für DFS-Axionen $r \approx 5 \times 10^{-7} (2 \cos^2 \beta)^{-2}$. Diese große Diskrepanz rechtfertigt es, den Elektro-Primakoff-Effekt und seine Interferenz mit dem Bremsstrahlungseffekt vollkommen zu vernachlässigen.

Im Falle von KSVZ-Axionen, die nicht direkt an Elektronen koppeln, verschwindet die Bremsstrahlungsrate und es verbleibt von den Dreikörperprozessen nur der Elektro-Primakoff-Effekt. In diesem Fall ist jedoch die Photoproduktion von Axionen durch den Primakoff-Effekt, die im vorigen Kapitel berechnet wurde, in allen interessierenden Bereichen von Dichte und Temperatur wesentlich bedeutender, so daß auch in diesem Fall der Elektro-Primakoff-Effekt vernachlässigt werden kann. Daher erübrigt sich eine weiter Diskussion dieses Beitrags.

e) Elektron-Elektron-Stöße

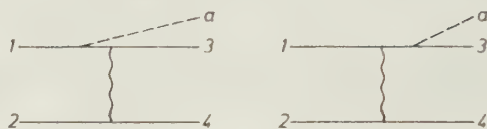
Als nächstes muß die Bremsstrahlungsrate, die auf Elektron-Elektron-Stöße zurückgeht, für den Fall eines nichtentarteten, nichtrelativistischen Plasmas berechnet werden:

$$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + a. \quad (5.12)$$

Die maßgebenden Feynman-Graphen sind die aus Fig. 5, sowie drei weitere Paare von Graphen, die aus den abgebildeten durch folgenden Permutationen der Elektronindizes hervorgehen: $(1 \leftrightarrow 2, 3 \leftrightarrow 4)$, $(1 \leftrightarrow 2)$ und $(3 \leftrightarrow 4)$. Insgesamt ergeben sich 16 verschiedene Streuamplituden, die interferieren können.

Durch explizite Berechnung der Matrixelemente und ihrer Interferenzterme konnte ich zeigen, daß bis zur zweiten Ordnung in den kleinen Elektronengeschwindigkeiten $\beta_1, \dots, \beta_4$ Interferenz nur zwischen jenen Graphen erfolgt, die in Fig. 5 gezeigt werden, und zwischen den Partnern der jeweiligen Paare, die aus diesen Graphen durch die

Fig. 5 Zwei stellvertretende Feynman-Graphen, die zur Axion-Bremsstrahlung in Elektron-Elektron-Stößen beitragen. Es treten drei weitere Paare von Graphen auf, die durch die Permutationen ($1 \leftrightarrow 2, 3 \leftrightarrow 4$), ($1 \leftrightarrow 2$) und ($3 \leftrightarrow 4$) aus den dargestellten Graphen hervorgehen.



genannten Permutationen hervorgehen. Diese Aussage bezieht sich auf den Fall, daß über sämtliche Polarisationsvektoren summiert bzw. gemittelt wird. Dann kann der Beitrag jedes dieser Paare getrennt betrachtet werden. Dieser Beitrag ist dann gleich demjenigen des Amplitudenpaares, das die Bremsstrahlung im Falle der Elektron-Kern-Streuung ausmacht, wenn man folgende offensichtlichen Modifikationen berücksichtigt:

1. $Z^2 \rightarrow 1$.
2. $n_e n_z \rightarrow n_e^2/2$, wobei der Faktor $1/2$ die Doppelzählung der einlaufenden Elektronen richtigstellt.
3. Ein weiterer Faktor $1/2$ berücksichtigt die Reduktion des Phasenraumes im Endzustand aufgrund der Identität der auslaufenden Elektronen.
4. Die Anfangsgeschwindigkeit β_i bezieht sich auf das Schwerpunktsystem der einlaufenden Elektronen: $\beta_i = \beta_1 = -\beta_2$.
5. $\beta_f = \beta_3$ und wegen der Impulserhaltung $\beta_4 = -\beta_f - \omega_a \beta_a$. Da wegen der Energieerhaltung $\omega_a = O(\beta^2)$ ist, gilt in niedrigster Ordnung $\beta_4 = -\beta_f$. Das bedeutet, daß der Beitrag des Axions zur Impulsbilanz vernachlässigt wird.
6. Die Energieerhaltung liefert $\omega_a = \frac{1}{2}(\beta_1^2 + \beta_2^2 - \beta_3^2 - \beta_4^2) = (\beta_i^2 - \beta_f^2)$. Das ist zweimal soviel wie im Falle von Elektron-Kern-Stößen, und da ω_a quadratisch auftritt, erhält man einen Faktor 4.

Wenn man all diese Faktoren zusammenfaßt und einen weiteren Faktor 4 einsetzt, da vier Paare von Amplituden beitragen, findet man

$$\epsilon_{ee}^*(\beta_i) = \frac{32}{135} \frac{\alpha^2 \alpha_{ee}}{m_e} n_e^2 \beta_i^5 \left[1 - \frac{15}{2} \left(\frac{\kappa}{m_e \beta_i} \right)^2 \right]. \quad (5.13)$$

Die Mittelung über die thermische Verteilung der Elektronen entsprechend einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung für beide einlaufenden Elektronen reduziert diesen Ausdruck erheblich, da im Mittel ein großer Anteil der Energie der Reaktionspartner in der Schwerpunktsbewegung gebunden ist. Es ergibt sich die Energieverlustrate

$$\epsilon_{ee}^*(T) = \frac{128}{45\sqrt{\pi}} \frac{\alpha^2 \alpha_{ee}}{m_e} n_e^2 \left(\frac{T}{m_e} \right)^{5/2} \left[1 - \frac{5}{2} \frac{\kappa^2}{m_e T} \right]. \quad (5.14)$$

Wenn man an ein Plasma aus reinem Wasserstoff denkt und Terme vernachlässigt, die proportional zu κ^2 sind, dann ist der Beitrag der Elektron-Elektron-Stöße zur axionischen Energieausstrahlung des Plasmas $1/\sqrt{2} = 71\%$ der Rate aus Elektron-Kern-Stößen.

Es ist zu erwarten, daß in diesem Fall eine ähnliche Beziehung zwischen der Elektro-Primakoff-Rate und der Bremsstrahlungs-Rate wie im Falle der Elektron-Kern-Stöße gilt. Deshalb wird der Elektro-Primakoff-Effekt von vornherein vernachlässigt.

Wenn man die Rate (5.14) in einen Energieausstoß pro Masseneinheit übersetzt, findet man in der üblichen Näherung für die Teilchendichten:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ee}(\rho, T, X_H) &\approx \left\{ \frac{68\sqrt{2}/\pi}{45} \frac{\alpha^2 \alpha_{ace}}{m_e} \frac{\rho}{m_u^2} \left(\frac{T}{m_e} \right)^{5/2} (1 + X_H) \right\} \times \\ &\quad \times \frac{1 + X_H}{2\sqrt{2}} \left[1 - \frac{5\pi\alpha\rho(3 + X_H)}{T^2 m_e m_u} \right] \\ &= \left\{ 0.150 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} T_7^{2.5} \rho_2 (1 + X_H) (\alpha_{ace}/1.60 \times 10^{-23}) \right\} \times \\ &\quad \times \frac{1 + X_H}{2\sqrt{2}} \cdot \left[1 - 0.140 (3 + X_H) \rho_2 T_7^{-2} \right]. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Der Term in geschweiften Klammern ist der gleiche wie der entsprechende Faktor in Gl. (5.8). Im Sonnenzentrum ist diese Rate für unsichtbare Axionen $\epsilon_{ee} = 0.46 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \cdot |1 - 0.30| \cdot (2 \cos^2 \beta)^2$. Die Debye-Hückel-Abschirmung reduziert in diesem Fall das Endergebnis um 30%.

d) Energiespektrum

Zur späteren Bezugnahme im Zusammenhang mit der Diskussion der Meßbarkeit des solaren Axionflusses (siehe § 8.3) wird ein Ausdruck für den differentiellen Axionfluß (z.B. in Einheiten $\text{g}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ keV}^{-1}$) aus einem Plasma aufgrund der Bremsstrahlungsprozesse angegeben. Für Elektron-Kern-Stöße lautet er:

$$\frac{dF}{dE_a} = \sqrt{\frac{8}{9\pi}} (1 + X_H) \alpha^2 \alpha_{ace} \frac{\rho E_a}{m_e^4 m_u^2} \sqrt{\frac{m_e}{T}} \int_{\sqrt{E_a/T}}^{\infty} dy y e^{-y^2} F\left(\sqrt{\frac{E_a}{T}}, y\right), \quad (5.16)$$

wobei der Integrand folgendermaßen definiert ist:

$$F(x, y) = \ln \left[\frac{(y + \sqrt{y^2 - x^2})^2 + \eta^2}{(y - \sqrt{y^2 - x^2})^2 + \eta^2} \right] - \frac{\eta^2}{(y - \sqrt{y^2 - x^2})^2 + \eta^2} + \frac{\eta^4}{(y + \sqrt{y^2 - x^2})^2 + \eta^2}. \quad (5.17)$$

Für den Parameter η^2 , der die Abschirmeffekte repräsentiert, gilt

$$\eta^2 = \frac{\kappa^2}{2Tm_e} = \frac{4\pi\alpha\hat{n}}{2T^2m_e} = \frac{\pi\alpha(3+X_H)\rho}{T^2m_em_u}. \quad (5.18)$$

Im Falle von Elektron-Elektron-Stößen ist sind diese Ausdrücke folgendermaßen zu modifizieren:

$$\sqrt{\frac{8}{9\pi}}(1+X_H) \longrightarrow \frac{(1+X_H)^2}{3\sqrt{\pi}} \quad \text{und} \quad \eta^2 \longrightarrow 2\eta^2. \quad (5.19)$$

Eine Darstellung der solaren Bremsstrahlungsspektren findet sich in Fig. 7, S. 98.

Die Energie der in Bremsstrahlungsprozessen emittierten Axionen ist im Mittel vergleichsweise gering. Im Falle der Sonne mit $\kappa^2/m_eT \approx 0.12$ tritt das Maximum des differentiellen Anzahl-Flusses der Axionen aus Elektron-Kern-Stößen bei $E_a/T \approx 0.82$ auf, während die mittlere Axionenenergie $\langle E_a/T \rangle \approx 1.74$ beträgt. Im Falle von Elektron-Elektron-Stößen sind die Werte ähnlich, aber wegen der größeren Bedeutung von Abschirmeffekten um ein Weniges zu höheren Energien verschoben: Das Maximum liegt unter den gleichen Bedingungen bei $E_a/T \approx 0.90$, während die mittlere Axionenenergie $\langle E_a/T \rangle \approx 1.80$ ist.

5.3 Entartetes, relativistisches Plasma

Im Hinblick auf die Berechnung der Axion-Kühlung weißer Zwerge wird nun die Ausstrahlung dieser Teilchen aus einem entarteten Plasma durch Bremsstrahlungsprozesse untersucht. Zu diesem Zweck wird zunächst versucht, die Abhängigkeit des Ergebnisses von den wesentlichen Parametern zu erraten.

Der Wirkungsquerschnitt für gewöhnliche Photon-Bremsstrahlung ist bekanntlich⁹²⁾ indirekt proportional zur Photonfrequenz ω . Da Axion-Abstrahlung durch ein Elektron in Analogie zu magnetischer Photonemission steht (siehe Kap. 2), erwartet man einen zusätzlichen Faktor $(E_a/m_e)^2$, so daß man insgesamt eine direkte Proportionalität zu E_a erwartet. Da es auf eine Energieabstrahlung ankommt, tritt ein weiterer Faktor E_a auf, und da die Axion-Energie von der Ordnung der Temperatur des Plasmas sein muß, erwartet man insgesamt einen Faktor T^2 in der Emissionsrate.

Im Falle von entarteter Materie ist der Phasenraum, der den Elektronen zur Verfügung steht, erheblich reduziert. Für die Streuung von Elektronen an Kernen bedeutet das, daß sie sowohl vor wie nach der Streuung in einer Schale der ungefähren Dicke T in der Nähe der Fermi-Oberfläche liegen müssen. Daher erwartet man einen weiteren Faktor $(T/E_F)^2$ von den Elektron-Phasenraum-Integralen, wobei ein Integral vom

⁹²⁾Siehe z.B.: C. ITZYKSON, J.-B. ZUBER, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980).

Wirkungsquerschnitt und eines von der Mittelung über die Verteilung der einlaufenden Elektronen stammt. Für Elektron-Elektron-Streuung wäre dieser Faktor $(T/E_F)^3$, denn in diesem Fall würden vier solcher Integrale auftreten, von denen eines jedoch trivial ist, da es nur die Energie-Impuls-Erhaltung ausdrückt. Elektron-Elektron-Stöße werden also um einen Faktor T/E_F stärker unterdrückt, und da in typischen weißen Zwergen $T = O(\text{keV})$ und $E_F = O(\text{MeV})$ ist, ist der zusätzliche Unterdrückungsfaktor von der Ordnung 10^{-3} , so daß Elektron-Elektron-Streuung vernachlässigt werden kann.

Wenn man ein Plasma betrachtet, das nur aus einer Sorte von Kernen der Massenzahl A besteht, dann ist seine Dichte proportional zu A . Insgesamt erwartet man dann eine Emissionsrate pro Masseneinheit von

$$\epsilon(T) = \frac{Z^2 \alpha^2 \alpha_{\text{ax}}}{A} \frac{T^4}{m_e^2 m_u} F(p_F). \quad (5.20)$$

Hierin ist $m_u = 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$ die atomare Masseneinheit und F ist ein numerischer, dimensionsloser Faktor, der nur vom Fermi-Impuls p_F des entarteten Elektronengases abhängt.

Die Information über die Anzahldichte der Elektronen steckt im Fermi-Impuls p_F , der mit der Elektronendichte durch $n_e = p_F^3 / 3\pi^2$ zusammenhängt. Da wegen der Ladungsneutralität bei nur einer Sorte von Kernen $n_e = Z n_z$ gilt, und die Anzahl-Dichte der Kerne mit der Massendichte durch $n_z = \rho / A m_u$ verknüpft ist, ist insgesamt bei kleinen Temperaturen $p_F^3 = 3\pi^2 Z \rho / A m_u$.

Um die Berechnung der Emissionsrate nun zu präzisieren, werden die üblichen Feynman-Regeln⁹³⁾ angewandt, um folgenden Ausdruck zu erhalten, in dem über die Polarisationsvektoren der Elektronen summiert bzw. gemittelt worden ist:

$$\begin{aligned} \epsilon(T) = & \frac{4Z^2 n_z \alpha^2 \alpha_{\text{ax}}}{\pi^2 \rho} \int_{m_e}^{\infty} dE_1 f(T, E_1) \int_{m_e}^{E_1} dE_2 [1 - f(T, E_2)] \int \frac{d\Omega_2}{4\pi} \int \frac{d\Omega_3}{4\pi} \times \\ & \times \frac{|\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_2| E_3^2}{(|\Delta|^2 + \kappa^2)^2} \left[2E_3^2 \frac{p_1 p_2}{(p_1 p_3)(p_2 p_3)} \frac{m_e^2 + p_3(p_2 - p_1)}{(p_1 p_3)(p_2 p_3)} + 2 - \frac{p_1 p_3}{p_2 p_3} - \frac{p_2 p_3}{p_1 p_3} \right]. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Der Index 1 bezieht sich auf das einlaufende, 2 auf das gestreute Elektron und 3 auf das Axion. Die Integration $\int dE_1 f(T, E_1) \dots$ stellt die thermische Mittelung mit der Fermi-Dirac-Verteilung bei niedrigen Temperaturen dar:

$$f(T, E) = \frac{1}{e^{(E - E_F)/T} + 1}. \quad (5.22)$$

⁹³⁾BJORKEN & DRELL (Fn. 80).

Die Elektronendichte ist durch $n_e = \int d^3p f(T, E)$ gegeben. Die Integration $\iint dE_2 d\Omega_2 [1 - f(E_2)] \dots$ repräsentiert das Phasenraumintegral der gestreuten Elektronen unter Berücksichtigung der Blockierung besetzter Zustände aufgrund des Pauli-Verbots. Die Viererimpulse der Teilchen sind durch p_j gekennzeichnet. Der Dreier-Impulsübertrag ist $\Delta = p_1 - p_2 - p_3$.

Um den Ausdruck Gl. (5.21) zu berechnen, stellen wir zunächst fest, daß die Kombination der Faktoren $f(T, E_1)$ und $1 - f(T, E_2)$ dafür sorgt, daß nur Energien in der Nähe der Fermi-Kante auftreten. Das stimmt mit der früheren Aussage überein, daß sich die Kinematik der Elektronen in dieser Reaktion hauptsächlich auf der Fermi-Oberfläche abspielt. Außer in dem Ausdruck $E_3 = E_1 - E_2$ kann man daher überall näherungsweise $E_1 = E_2 = E_F$ setzen, und ebenso $|p_1| = |p_2| = p_F$. Der Yukawa-Nenner lautet $|\Delta|^2 + \kappa^2 = |p_1 - p_2|^2 + |p_3|^2 - 2(p_1 - p_2) \cdot p_3 + \kappa^2$. Offensichtlich ist $|p_3| = E_3 = O(T) \ll \kappa$, wenn man den Ausdruck Gl. (5.1) für die Yukawa-Skala einsetzt und voraussetzt, daß $T \ll \kappa \approx 10^{-1} p_F$. Daher kann man in dem Yukawa-Nenner alle Terme, die p_3 enthalten, vernachlässigen. Mit der Definition der "Fermi-Geschwindigkeit" $\beta_F = p_F/E_F$ und des Kosinus c_{12} des Winkels zwischen p_1 und p_2 erhält man schließlich

$$(|\Delta|^2 + \kappa^2)^2 = 4p_F^4 (1 - c_{12} + 2\alpha/\pi\beta_F)^2. \quad (5.23)$$

Innerhalb der eckigen Klammer in Gl. (5.21) kürzt sich E_3 überall; der Term $p_3(p_2 - p_1)$ wird vernachlässigt. Dann verbleibt nur noch ein globaler Faktor E_3^2 . Nun werden in den Energie-Integralen die Substitutionen $x = (E_1 - E_F)/T$ und $y = (E_2 - E_F)/T$ durchgeführt. Damit ist $E_3^2 = T^2(x - y)^2$ und die unteren Integrationsgrenzen transformieren sich gemäß $m_e \rightarrow (m_e - E_F)/T$. Da der Integrand nur für $x \approx 1$ und $y \approx 1$ wesentlich beiträgt, kann man für die unteren Integrationsgrenzen einfach $-\infty$ einsetzen. Daher folgert man

$$\int_{m_e}^{\infty} dE_1 \int_{m_e}^{E_1} dE_2 f(T, E_1) [1 - f(T, E_2)] E_3^2 \approx T^4 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^x dy \frac{(x - y)^2}{(1 + e^x)(1 + e^{-y})} = \frac{T^4 \pi^4}{15}. \quad (5.24)$$

Dann folgt für $F(p_F)$ aus Gl. (5.20) mit den Kosinus c_{23} und c_{13} zwischen den entsprechenden Bewegungsrichtungen insgesamt

$$F = \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{m_e}{E_F} \right)^2 \int \frac{d\Omega_2}{4\pi} \int \frac{d\Omega_3}{4\pi} \frac{2(1 - c_{12}) - (c_{13} - c_{23})^2}{(1 - c_{12} + 2\alpha/\pi\beta_F)^2 (1 - \beta_F c_{13}) (1 - \beta_F c_{23})}. \quad (5.25)$$

Dieses Resultat stimmt nur im Grenzfall $\beta_F \rightarrow 1$ mit dem von IWAMOTO⁹⁴⁾ überein.

⁹⁴⁾ IWAMOTO (Fn. 71).

Im nichtrelativistischen Grenzfall mit $\beta_F \ll 1$ können die Terme $\beta_F c_{13}$ und $\beta_F c_{23}$ vernachlässigt werden. Dann findet man durch Integration

$$F_{nr} = \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{m_e}{E_F} \right)^2 \frac{2}{3} \left[\ln \left(\frac{\pi \beta_F + \alpha}{\alpha} \right) - \frac{\pi \beta_F}{\pi \beta_F + \alpha} \right]. \quad (5.26)$$

IWAMOTO benützt zur Berechnung der Axion-Emission aus Neutronensternen den ultrarelativistischen Grenzfall, der dadurch gekennzeichnet ist, daß der Interferenzterm zwischen den beiden Amplituden Fig. 4a weggelassen wird. Dann findet man

$$F_{ur} = \frac{\pi^2}{15} \left(\frac{m_e}{E_F} \right)^2 \frac{\pi}{2\alpha} \left[2 \ln \left(\frac{2E_F}{m_e} \right) - 1 \right]. \quad (5.27)$$

Dieses Resultat ist in dem Bereich zwischen nicht- und ultrarelativistischem Grenzfall wesentlich größer als das nichtrelativistische Ergebnis, da die Interferenz zwischen den beiden Amplituden destruktiv ist.

Im Falle von weißen Zwergen mit $p_F = O(1 \text{ MeV})$ ist keiner der beiden genannten Grenzfälle wirklich stichhaltig, so daß der vollständige Ausdruck Gl. (5.25) integriert werden muß. Das läuft auf eine triviale und eine nichttriviale analytische und zwei numerische Quadraturen hinaus. In Tab. II sind einige Werte im relevanten Bereich aufgeführt, wobei zum Vergleich auch die nichtrelativistischen Werte genannt werden. Die ultrarelativistische Grenzformel würde in dem gesamten tabellierten Bereich Werte liefern, die um mindestens eine Größenordnung über den numerisch berechneten Resultaten liegen.

p_F	β_F	F_{nr}	F	p_F	β_F	F_{nr}	F
0.2	0.364	1.78	1.78	1.2	0.920	2.19	1.94
0.4	0.616	2.01	1.99	1.4	0.939	2.20	1.87
0.6	0.761	2.10	2.05	1.6	0.953	2.20	1.80
0.8	0.843	2.15	2.04	1.8	0.962	2.21	1.73
1.0	0.890	2.17	2.00	2.0	0.969	2.21	1.67

Tab. II Numerische Werte für $F(p_F)$ aus Gl. (5.25).

Eine überschlägige Untersuchung des Elektro-Primakoff-Effektes zeigt, daß sein Beitrag um viele Größenordnungen kleiner ist als der Beitrag der gewöhnlichen Bremsstrahlung. Im Falle von KSVZ-Axionen, die nicht direkt an Elektronen koppeln, wäre der Elektro-Primakoff-Effekt allerdings der einzige Beitrag. In Anbetracht der kleinen Rate scheint es jedoch nicht der Mühe wert zu sein, zu versuchen, die Axionparameter in diesem Fall mit Hilfe weißer Zwerge einzuschränken.

6. Neue Schranken an "unsichtbare" Axionen

Mit Hilfe der Resultate der vorigen Kapitel wird die Emissionsrate von Axionen aus der Sonne, roten Riesen und weißen Zwergen berechnet. Diese Raten werden in Beziehung zum Alter der Sonne, der Energieerzeugungsrate in roten Riesen und der beobachteten Anzahl weißer Zwerge gesetzt, so daß neue Schranken an die freien Parameter der Axionmodelle aufgestellt werden können. Die astrophysikalischen Axionschranken werden am Ende des Kapitels zusammengefaßt.

6.1 Die Sonne

Die Energieverlusten heißer Plasmen durch die Ausstrahlung von Axionen, die in den vorigen Kapiteln diskutiert wurden, können nun ausgenützt werden, um die Abstrahlung solcher Teilchen aus dem Innern verschiedener Sterne und Sterntypen zu berechnen. Es ist naheliegend, mit dem Stern zu beginnen, den wir am besten zu verstehen glauben, nämlich der Sonne.

Solange die Axionabstrahlung nur einen kleinen Anteil der Energieerzeugung im Sonneninnern ausmacht, kann man ein Standardmodell der Sonne⁹⁵⁾ benützen, um mit Hilfe der dort berechneten Dichte- und Temperaturverteilung sowie der Verteilung der chemischen Zusammensetzung die Axionluminosität zu berechnen. Mit Hilfe einer numerischen Integration über die gesamte Sonne ergibt sich dann die Axionluminosität, die man in Einheiten der (elektromagnetischen) Sonnenluminosität, $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{33}$ erg/s, ausdrücken kann.

Für die Axionluminosität aufgrund des Primakoff-Effektes, die nur von der Axion-Photon-Kopplung abhängt, ergibt sich mit Hilfe der Emissionsrate Gl. (4.27)

$$L_P/L_{\odot} = 3.6 \times 10^{-3} \alpha_{a\gamma\gamma} / 4.37 \times 10^{-28} . \quad (6.1)$$

Dieses Resultat gilt für alle leichten Teilchen, die eine pseudoskalare Kopplung mit Photonen aufweisen, wobei die entsprechende Kopplungsstärke einzutragen ist. Der Wert $\alpha_{a\gamma\gamma} = 4.37 \times 10^{-28}$ entspricht Axionen der Masse 1 eV — siehe Gl. (2.14).

Wenn man nur die Kopplung der Axionen an Elektronen berücksichtigt, erhält man einen Beitrag zur Axionluminosität durch den Compton-Prozeß gemäß Gl. (4.30), der mit L_C bezeichnet wird, einen Beitrag L_{eZ} durch Bremsstrahlung in Elektron-Kern-Stößen gemäß Gl. (5.8) und einen Beitrag L_{ee} durch Bremsstrahlung in Elektron-

⁹⁵⁾BAHCALL et al. (Fn. 67).

Elektron-Stößen gemäß Gl. (5.15). Die Summe dieser Beiträge lautet

$$\frac{L_{\odot} + L_{eZ} + L_{ee}}{L_{\odot}} = 9.54 \times 10^{-2} (0.26 + 0.50 + 0.24) \frac{\alpha_{ae}}{1.60 \times 10^{-23}}. \quad (6.2)$$

Wiederum ist dieses Ergebnis völlig allgemein. Der Wert $\alpha_{ae} = 1.60 \times 10^{-23}$ entspricht DFS-Axionen der Masse 1 eV mit $2 \cos^2 \beta = 1$ (siehe § 2.2).

Diese Ergebnisse können benützt werden, um erste Schranken an die Kopplungsstärken α_{ae} und $\alpha_{a\gamma\gamma}$ zu gewinnen. Dazu wird angenommen, daß die Axionluminosität der Sonne ihre Photonluminosität nicht überschreitet. Diese Bedingung ist gerechtfertigt, da man nach den Standardmodellen annehmen muß, daß im Zentrum der Sonne bereits die Hälfte des ursprünglich vorhandenen Wasserstoffs verbraucht ist, so daß die Sonne ihre "Lebensmitte" überschritten hat. Jede Energieverlustrate, die ernsthaft in Konkurrenz zur Oberflächenluminosität tritt, würde erfordern, daß die Sonne mehr Energie durch Kernreaktionen freisetzen muß. Daher würde sie entsprechend kürzer leben. Eine Reduktion ihrer Lebensdauer um mehr als etwa einen Faktor 2 ist jedoch mit ihrem Alter von 4.5×10^9 Jahren nicht vereinbar, das sich auf die Altersbestimmung von Meteoriten stützt.⁹⁶⁾

Es ist allerdings zu bedenken, daß sich die Berechnung der Axionluminosität auf ein Standardmodell der Sonne stützt, das selbstverständlich nur gültig bleibt, solange die Emission von Axionen als kleine Störung betrachtet werden kann. Wie ändert sich der Aufbau der Sonne, wenn ihr dominierender Kühlungsmechanismus die Ausstrahlung von Axionen ist? Entsprechend einer früheren Argumentation⁹⁷⁾ kann man versuchen, diese Frage zu beantworten, indem man die Temperaturabhängigkeit der Axionerzeugung mit derjenigen der nuklearen Reaktionsraten vergleicht.

Wenn die Primakoff-Emission der dominierende Prozeß ist, wie das für KSVZ-Axionen der Fall wäre, variiert die Axionproduktionsrate mit der Temperatur ungefähr wie T^6 (siehe S. 53, erster Absatz). Im Gegensatz dazu variiert die Energieerzeugung durch die dominierenden pp -Ketten ungefähr wie T^4 . Die effektive Energieerzeugung der Sonne, die man erhält, wenn man von der totalen Rate jenen Anteil subtrahiert, der durch "wechselwirkungsfreie" Teilchen (Neutrinos, Axionen usw.) davongetragen wird, *sinkt* daher mit *steigender* Temperatur. Wollte man also in einem Standardmodell der Sonne die Axionemission, falls diese einen erheblichen Anteil der Energieabstrahlung ausmacht, durch eine geringe Temperaturerhöhung ausgleichen, würde ihre Luminosität absinken. Man müßte die Temperatur daher so stark steigern, bis die CNO-Ketten mit ihrer viel steileren Temperaturabhängigkeit die Oberhand gewinnen. Dann würde

⁹⁶⁾BAHCALL et al. (Fn. 67).

⁹⁷⁾FUKUGITA, WATAMURA & YOSHIMURA (Fn. 63).

die Sonne aber so viel Energie erzeugen, daß sie längst erloschen sein müßte. Daraus schließt man, daß eine Axionemissionsrate von der Größe der Oberflächenluminosität in ein stabiles Sonnenmodell nicht eingebaut werden kann und daß die Bedingung, die Axionluminosität müsse geringer als die Photoluminosität sein, sehr konservativ ist, die daraus abgeleiteten Schranken daher als zuverlässig gelten können.

Wenn jedoch die Kopplung an Elektronen die dominierenden Emissionsprozesse liefert, wie das für DFS-Axionen zutrifft, dominiert gemäß Gl. (6.2) die axionische Bremsstrahlung. Dann greift diese Argumentation nicht mehr, denn die Bremsstrahlung variiert mit der Temperatur wie $T^{2.5}$. Solange die Axionemission nicht ein Vielfaches der nuklearen Energieerzeugung ausmacht, steigt dann die effektive Energieerzeugungsrate mit steigender Temperatur. Es ist daher vorstellbar, daß ein stabiles Sonnenmodell konstruiert werden kann, in dem die Emission von DFS-Axionen den dominierenden Kühlungsmechanismus darstellt.

In diesem Zusammenhang muß erwähnt werden, daß jeder zusätzliche Kühlungsmechanismus das Problem der Sonnenneutrinos⁹⁸⁾ verschärfen würde. Dieses Problem besteht darin, daß der gemessene Fluß hochenergetischer Sonnenneutrinos kleiner ist, als durch Standardmodelle der Sonne vorhergesagt wird. Die Reaktion, die für die Erzeugung dieser Neutrinos verantwortlich ist, hat für die Energiebilanz der Sonne keine Bedeutung. Ihre Temperaturabhängigkeit ist sehr steil, so daß die Annahme einer höheren Temperatur im Sonnenzentrum, die erforderlich wäre, um den Energieverlust durch Axionemission auszugleichen, auch zu einer starken Erhöhung des berechneten Flusses der Neutrinos in dem kritischen Energiebereich führen würde.

Eine Messung des Flusses der niederenergetischen Sonnenneutrinos, die wohl innerhalb der nächsten Jahre mit Hilfe des anvisierten Galliumexperimentes⁹⁹⁾ erfolgen wird, würde direkt die Rate der *gesamten* nuklearen Energieerzeugung im Sonneninnern messen. Ein solches Resultat würde dann offensichtlich die Emissionsrate exotischer Teilchen viel zuverlässiger einschränken, als es durch den hier durchgeführten Vergleich mit der Oberflächenluminosität möglich ist.

Vorläufig müssen wir uns aber mit dem existierenden Wissen begnügen und verlangen, daß die Axionluminosität der Sonne kleiner als ihre Oberflächenluminosität sein soll. Aus Gl. (6.1) kann man dann folgern, daß

$$\alpha_{a\gamma\gamma} < 1.2 \times 10^{-25} \quad \text{oder} \quad G < 2.4 \times 10^{-18} \text{ eV}^{-1}. \quad (6.3)$$

⁹⁸⁾ BARCALL et al. (Fn. 67).

⁹⁹⁾ W. HAMPEL, "Can the gallium detector solve the solar neutrino problem?", *Nature* **308** (1984) 312.

Für KSVZ-Axionen bedeutet das (siehe § 2.2)

$$m_a < 17 \text{ eV}, \quad \tau_a > 4.9 \times 10^{18} \text{ s}, \quad v_{PQ}/N > 4 \times 10^5 \text{ GeV}. \quad (6.4)$$

Die Schranke an die Kopplungsstärke ist um ungefähr zwei Größenordnungen weniger restriktiv als wenn die in Kap. 4 diskutierten Abschirmeffekte vernachlässigt worden wären. Die Schranke an die Masse hat sich um eine Größenordnung gelockert, die an die Lebensdauer um vier Größenordnungen. Letztere übersteigt nun kaum das Alter des Universums von $5 \times 10^{17} - 10^{18} \text{ s}$.

Einige der Axionen würden auf ihrem Weg von der Sonne zur Erde zerfallen und zu der effektiven Röntgenluminosität der Sonne beitragen. Dieser Effekt, falls er existiert, wird jedoch vollkommen von der Sonnenkorona überdeckt, die in dem betreffenden Frequenzbereich wesentlich stärker strahlt als durch den Axionfluß zu erwarten ist.

Aus Gl. (6.2) folgt man für die Yukawa-Kopplung der Axionen an Elektronen die Schranken

$$\alpha_{aee} < 1.7 \times 10^{-22} \quad \text{oder} \quad g < 4.6 \times 10^{-11}. \quad (6.5)$$

Für DFS-Axionen heißt das (siehe § 2.2)

$$m_a < \frac{3.2 \text{ eV}}{2 \cos^2 \beta}, \quad \tau_a > 1.8 \times 10^{22} \text{ s} (2 \cos^2 \beta)^5, \quad \frac{v_{PQ}}{2 \cos^2 \beta} > 1 \times 10^7 \text{ GeV}. \quad (6.6)$$

Diese Schranken sind fast identisch mit denen von FWY.¹⁰⁰⁾ Das ist jedoch ein numerischer Zufall, denn die hiesigen Schranken beruhen vor allem auf dem Bremsstrahlungsprozeß, während diejenigen von FWY, auch im Fall der DFS-Axionen, vor allem auf dem Primakoff-Effekt beruhen, der hier durch Abschirmeffekte unterdrückt ist.

6.2 Rote Riesen

Wenn der Wasserstoff im Zentrum eines Sterns aufgebraucht ist, zündet das Helium und der Stern beginnt, Energie durch die Synthese von Kohlenstoff zu gewinnen. Gleichzeitig bläht er sich auf und entwickelt sich zu einem roten Riesen. Man kann eine grobe Schranke an Axionparameter gewinnen, indem man mehreren früheren Arbeiten folgt¹⁰¹⁾ und fordert, daß die Energieverlustrate durch Axionabstrahlung des Plasmas in einem typischen roten Riesen mit der Dichte $\rho = 10^8 \text{ g cm}^{-3}$ und der Temperatur $T = 10^8 \text{ K}$ im Zentrum kleiner sein soll als die solchen Bedingungen entsprechende Energieproduktionsrate von rund $100 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ durch die Reaktion $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C}$. Eine

¹⁰⁰⁾FUKUGITA, WATAMURA, YOSHIMURA (Fn. 63).

¹⁰¹⁾DICUS et al. (Fn. 59). BARROSO & BRANCO (Fn. 61). ELLIS & OLIVE (Fn. 62).

solche Schranke ist sehr grob, da sie sich mehr an den Standardmodellen roter Riesen als an Beobachtungsdaten orientiert.

Wir folgen dieser Argumentationsweise jedoch zunächst und drücken zur numerischen Orientierung die axionischen Energieverlustraten für ein reines Heliumplasma durch $\rho_4 \equiv \rho/10^4 \text{ g cm}^{-3}$ und $T_8 \equiv T/10^8 \text{ K}$ aus:

$$\epsilon_P = 1.83 \times 10^2 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} T_8^4 \frac{f(2.5 \rho_4 T_8^{-3})}{1.23} \frac{\alpha_{a\gamma\gamma}}{4.37 \times 10^{-28}}, \quad (6.7a)$$

$$\epsilon_C = 2.67 \times 10^4 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} T_8^6 \frac{\alpha_{aee}}{1.60 \times 10^{-23}}, \quad (6.7b)$$

$$\epsilon_B = 0.47 \times 10^4 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} T_8^{2.5} \rho_4 [1.35 - 0.35 \rho_4 T_8^{-2}] \frac{\alpha_{aee}}{1.60 \times 10^{-23}}. \quad (6.7c)$$

Hierin bezieht sich ϵ_P auf den Primakoff-Effekt gemäß Gl. (4.27), ϵ_C auf den Compton-Effekt gemäß Gl. (4.30) und ϵ_B auf die Summe der Bremsstrahlungsraten gemäß Gl. (5.8) und (5.15). In diesem Fall ist also der Compton-Effekt wichtiger als Bremsstrahlung.

Diese Emissionsraten wurden allerdings unter der Voraussetzung eines nichtrelativistischen, nichtentarteten Plasmas hergeleitet, eine Annahme, die mit der genannten Dichte und Temperatur kaum mehr vereinbar ist. Für reines Helium der Dichte 10^4 g cm^{-3} ist nämlich der Fermi-Impuls ungefähr 90 keV und $E_F - m_e \approx p_F^2/2m_e \approx 8 \text{ keV}$. Bei einer Temperatur von $10^8 \text{ K} = 8.6 \text{ keV}$ ist die Elektronenentartung nicht mehr völlig vernachlässigbar. Für die Compton-Rate haben FWY entsprechende Korrekturfaktoren berechnet. In der hier diskutierten Situation müßte ϵ_C um einen Faktor 0.7 reduziert werden. Für die Bremsstrahlungs- und Primakoff-Raten liegen keine solchen Korrekturfaktoren vor.

Für die Axion-Kopplung an Photonen erhält man mit Hilfe der Bedingung $\epsilon_P < 100 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ die Schranken

$$\alpha_{a\gamma\gamma} < 2.4 \times 10^{-28} \quad \text{oder} \quad G < 1.1 \times 10^{-19} \text{ eV}^{-1}. \quad (6.8)$$

Für KSVZ-Axionen bedeutet das

$$m_a < 0.7 \text{ eV}, \quad \tau_a > 2.9 \times 10^{25} \text{ s}, \quad v_{PQ}/N > 8 \times 10^6 \text{ GeV}. \quad (6.9)$$

Für die Axion-Kopplung an Elektronen erhält man durch die Bedingung $\epsilon_C + \epsilon_B < 100 \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1}$ die Schranken

$$\alpha_{aee} < 5.1 \times 10^{-26} \quad \text{oder} \quad g < 8.0 \times 10^{-13}. \quad (6.10)$$

Für DFS-Axionen heißt das

$$m_a < \frac{0.06 \text{ eV}}{2 \cos^2 \beta}, \quad \tau_a > 1.1 \times 10^{31} \text{ s } (2 \cos^2 \beta)^5, \quad \frac{v_{\text{PQ}}}{2 \cos^2 \beta} > 0.6 \times 10^9 \text{ GeV}. \quad (6.11)$$

Dieses Resultat stimmt mit demjenigen von FWY im wesentlichen überein, da hier wie dort die dominierende Reaktion für die Erzeugung von DFS-Axionen der Compton-Prozeß ist. Es sei nochmals betont, daß diese Ungleichungen keine echten Schranken an die Axion-Parameter darstellen, sondern so zu verstehen sind, daß die Entwicklung roter Riesen durch die Axionemission dominiert würde, wenn diese Grenzen verletzt wären—eine Möglichkeit die an dieser Stelle der Diskussion nicht ausgeschlossen werden kann.

Um die Axionemissionsraten aus roten Riesen mit Beobachtungsdaten in Kontakt zu bringen, berechneten DEARBORN, SCHRAMM & STEIGMAN¹⁰²⁾ die Entwicklung von Hauptreihensternen unter Berücksichtigung der Axionemission. Sie fanden, daß das Helium im Zentrum eines Sterns, dessen Wasserstoffvorrat aufgebraucht ist, gar nicht zünden würde, wenn die Axionkühlung in der kritischen Entwicklungsphase zu groß ist. Sie fanden daraus die Schranken $\alpha_{aee} < 1.5 \times 10^{-27}$ und $\alpha_{a\gamma\gamma} < 3.9 \times 10^{-30}$.

Wie in §3.5 bereits diskutiert worden ist, ist diesen Ergebnissen jedoch nicht zu trauen, da sie auf teilweise falschen Axionemissionsraten beruhen. Unter Berücksichtigung von Abschirmeffekten dürfte sich die Schranke an $\alpha_{a\gamma\gamma}$ um etwa zwei Größenordnungen lockern, so daß das Endergebnis vergleichbar mit den Resultaten Gl. (6.8) ist. Die Schranke an α_{aee} beruht auf den Compton-Raten von FWY und auf den Bremsstrahlungsraten von KMW.¹⁰³⁾ Letztere gelten für den Fall eines nichtentarteten Plasmas und sind numerisch nicht völlig korrekt, da sie weder Elektron-Elektron-Streuung noch Abschirmeffekte berücksichtigen und meiner Meinung nach einen Rechenfehler enthalten (siehe §5.2). In gewissen Bereichen von Dichte und Temperatur, der für das Heliumzünden von Bedeutung zu sein scheint, ist in der Rechnung von DEARBORN et al. Bremsstrahlung der dominierende Effekt. Da in diesen Bereichen die Elektronen zumindest teilweise entartet sind, ist nicht klar, inwieweit die Schranke an α_{aee} hierdurch beeinflußt wird. Es ist schwer verständlich, wieso DEARBORN et al. etwa bei Dichten von 10^6 g cm^{-3} , wie sie typisch für weiße Zwerge sind, mit den Bremsstrahlungsraten eines *nichtentarteten* Plasmas rechnen! Da die Schranke an α_{aee} größenordnungsmäßig ähnlich derjenigen ist, die im folgenden Abschnitt mit Hilfe der Kühlgeschwindigkeit weißer Zwerge hergeleitet wird, soll auf eine weitere Diskussion ihrer Gültigkeit verzichtet werden.

¹⁰²⁾DEARBORN, SCHRAMM & STEIGMAN (Fn. 76).

¹⁰³⁾KRAUSS, MOODY & WILCZEK (Fn. 69).

6.3 Weiße Zwerge

a) Vorbemerkungen

Im Falle von weißen Zwergen können wesentlich "sauberere" Schranken an Axionen gesetzt werden, als das durch die Betrachtung roter Riesen möglich ist. Der Vorteil dieser entarteten Sterne besteht in ihrer kleinen Größe und in der Einfachheit des physikalischen Zustandes der Materie in ihrem Inneren. Typische weiße Zwerge¹⁰⁴⁾ besitzen eine Masse von $0.6M_{\odot}$, wobei die Sonnenmasse $M_{\odot} = 2 \times 10^{33} \text{ g}$ beträgt, und einen typischen Radius von $0.012R_{\odot}$ mit $R_{\odot} = 6.96 \times 10^{10} \text{ cm}$. Obwohl ihre Oberflächentemperatur typischerweise wesentlich über derjenigen der Sonne liegt, ist ihre totale Luminosität wegen der kleinen Oberfläche wesentlich geringer. Daher konkurriert ein etwaiger exotischer Kühlungsmechanismus wie etwa Axionemission mit einer viel kleineren Photoluminosität als im Falle der Sonne. Das ist einer der Gründe, warum man mit diesen Sternen bessere Axionschranken als mit der Sonne erhalten kann.

Die Kühlgeschwindigkeit weißer Zwerge ist vergleichsweise gut bekannt. Die Standard-Kühltheorien zusammen mit Beobachtungsdaten über die Geburtsrate weißer Zwerge liefern eine Luminositätskurve, d.h. eine Anzahldichte weißer Zwerge in der Umgebung der Sonne pro Luminositätsintervall, die mit Beobachtungen gut übereinstimmt.¹⁰⁵⁾¹⁰⁶⁾ *Daher muß jeder neue, hypothetische Kühlmechanismus in Einklang mit dieser empirischen Kühlgeschwindigkeit stehen.*

Die gute Übereinstimmung zwischen der tatsächlich beobachteten und der erwarteten Anzahl sichtbarer weißer Zwerge ist im Bereich kleiner Luminosität nicht mehr gegeben. Für Luminositäten unter $10^{-4}L_{\odot}$ herrscht ein notorischer Mangel an beobachteten Zwergen, der kürzlich ausgenützt worden ist, um gewisse Parameter hypothetischer magnetischer Monopole einzuschränken.¹⁰⁷⁾ Diese Tatsache berührt die hiesigen Überlegungen jedoch nicht, da es hier nur auf die Zwergsterne vergleichsweise hoher Luminosität ankommt, nämlich $L > 10^{-3}L_{\odot}$.

Eine für weiße Zwerge typische mittlere Massendichte ist $\bar{\rho} = 5 \times 10^5 \text{ g cm}^{-3}$. Da diese Sterne keinesfalls aus Wasserstoff bestehen können, die meisten entarteten Sterne vielmehr aus Kohlenstoff aufgebaut sein dürften, ist für die Atomkerne ihrer Materie typischerweise $Z/A = 1/2$. Daher ist eine typische mittlere Elektronendichte $\bar{n}_e = 1.5 \times 10^{29} \text{ cm}^{-3}$, der zugehörige mittlere Fermi-Impuls $\bar{p}_F = 0.3 \text{ MeV}$ und die mittlere

¹⁰⁴⁾V. WEIDEMANN, "White dwarfs", *Landolt-Börnstein, N.S., VI/2b* (1982) 373.

¹⁰⁵⁾J. LIEBERT, "White dwarf stars", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **18** (1980) 363. — Siehe auch SHAPIRO & TEUKOLSKY (Fn. 2).

¹⁰⁶⁾R. F. GREEN, "The luminosity function of hot white dwarfs", *Astrophys. J.* **238** (1980) 685.

¹⁰⁷⁾K. FREESE, "Do monopoles keep white dwarfs hot?", *Astrophys. J.* **286** (1984) 216.

Plasmafrequenz $\bar{\omega}_p = 13 \text{ keV}$. Typische Temperaturen im Innern liegen bei $T = 1 \text{ keV}$. Das bedeutet, daß der Fluß der Schwarzkörperphotonen erheblich unterdrückt ist, so daß es genügt, zur Einschränkung der Axion-Elektron-Kopplung Bremsstrahlung zu berücksichtigen, während der Compton-Effekt vernachlässigt wird.

b) Kühlung durch Axionemission

In § 5.3 wurde die Axionemissionsrate aus einem entarteten Plasma durch Bremsstrahlung berechnet, wobei lediglich Elektron-Kern-Stöße einen nennenswerten Beitrag lieferten. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die maßgebenden Fermi-Impulse von der Ordnung einiger hundert keV sind, findet man mit Hilfe von Tab. II (S. 67), daß die in Gl. (5.20) auftretende, dimensionslose Funktion $F(p_F)$ im maßgebenden kinematischen Bereich mit ausreichender Näherung den konstanten Wert $F = 2.0$ annimmt. Dann lautet die Energieverlustrate eines weißen Zwerges, der nur aus einem chemischen Element der Ordnung Z und Massenzahl A aufgebaut ist, numerisch

$$\epsilon = 3.30 \times 10^{-3} \text{ erg g}^{-1} \text{ s}^{-1} \frac{Z^2 T_7^4}{A} \alpha_{ae} . \quad (6.12)$$

Hierin benützen wir die Notation $T_7 \equiv T/10^7 \text{ K}$ und $\alpha_{ae} \equiv \alpha_{ae}/10^{-26}$. Dieses Resultat hängt nur noch von der chemischen Zusammensetzung und der Temperatur ab!

Mit diesem Ergebnis ist man gerüstet, die Geschwindigkeit der Abkühlung weißer Zwerge zu berechnen. Zu diesem Zweck muß man sich auf entartete Sterne verhältnismäßig großer Luminosität beschränken ($L > 10^{-3} L_\odot$). Bei dunkleren Zwergen, deren innere Temperatur unter etwa 10^7 K liegt, wären solche Rechnungen sehr kompliziert, denn die Materie beginnt dann, sich zu einem Coulomb-Kristall zu ordnen. In einem solchen (metallischen) Kristall sinkt die Bremsstrahlungsrate weit unter den in Gl. (6.12) genannten Wert, da sich Elektronen in einem periodischen Potential quasi frei bewegen können. Anstelle der Coulomb-Streuung an Kernen müßte man dann die Wechselwirkung mit Gitterfehlern und Phononen berechnen.

In dem Luminositätsintervall $1 L_\odot > L > 10^{-3} L_\odot$ liefert die klassische Theorie der Kühlung weißer Zwerge¹⁰⁸⁾ Resultate, die mit detaillierteren, modernen Rechnungen¹⁰⁹⁾ gut übereinstimmen. Es ist daher zweckmäßig, dieser vergleichsweise einfachen

¹⁰⁸⁾ L. MESTEL, "On the theory of white dwarf stars: I. The energy sources of white dwarfs", *Mon. Not. R. astr. Soc.* **112** (1952) 583. — Einen modernen Überblick gibt H. M. VAN HORN, "Cooling of white dwarfs", in: W. J. LUYTEN (Hrsg.), *White Dwarfs*, IAU-Symposium No. 42 (Reidel, Dordrecht-Holland, 1971).

¹⁰⁹⁾ D. Q. LAMB, H. M. VAN HORN, "Evolution of crystallising pure ^{12}C white dwarfs", *Astrophys. J.* **200** (1975) 306. — G. SHAVIV, A. KOVETZ, "The cooling of carbon-oxygen white dwarfs", *Astron. Astrophys.* **51** (1976) 383.

Methode zu folgen. Man nimmt daher an, daß der Hauptanteil des Energievorrates des weißen Zwerges aus der thermischen, kinetischen Energie der schweren, nichtentarteten Komponenten des Plasmas besteht. Bei einer Zusammensetzung aus einem einzigen Element (Z, A) ist dieser Energievorrat pro Masseneinheit durch $u = \frac{3}{2}T/Am_u$ mit der atomaren Einheitsmasse $m_u = 1.66 \times 10^{-24}$ g gegeben. Unter der Annahme, daß diese Energie hauptsächlich durch Axionen davongetragen wird, lautet ihre zeitliche Änderung $du/dt = -\epsilon$, wobei ϵ durch Gl. (6.12) gegeben ist.

Diese Gleichung kann als Differentialgleichung für die innere Temperatur T aufgefaßt werden, von der man wegen der großen Wärmeleitfähigkeit des weißen Zwerges annimmt, daß sie im gesamten Innern des Sterns einen konstanten Wert besitzt, der Stern also im wesentlichen ein isothermes Gebilde ist:

$$\frac{dT_7(t)}{dt} = \frac{T_7^4(t)}{\tau}, \quad \tau = \frac{1.2 \times 10^{10} \text{ Jahre}}{Z^2 \alpha_{26}}. \quad (6.13)$$

Diese Differentialgleichung hat die Lösung

$$t_2 - t_1 = \frac{\tau}{3} [T_7^{-3}(t_1) - T_7^{-3}(t_2)], \quad (6.14)$$

wobei die t_2 ein späterer Zeitpunkt als t_1 sein soll.

Die *innere* Temperatur des weißen Zwerges bestimmt die Luminosität der *Oberfläche*, wobei der Zusammenhang zwischen beiden Größen vor allem durch die Opazität der nichtentarteten, äußeren Schichten des Sterns gegeben ist. Er lautet näherungsweise¹¹⁰⁾

$$L/M \approx 1.7 \times 10^{-3} T_7^{7/2}, \quad (6.15)$$

wobei die Luminosität L und Masse M des weißen Zwerges in Einheiten der Sonnenluminosität $L_\odot$ bzw. Sonnenmasse $M_\odot$ zu verstehen sind.

Wenn nun Axionemission der dominierende Mechanismus ist, der den Stern kühlt, ergibt sich folgender Ausdruck für die Zeitspanne $t_2 - t_1$ die der Stern benötigt, um von der Oberflächenluminosität L_1 zur Zeit t_1 auf den Wert L_2 zur Zeit t_2 abzusinken:

$$t_2 - t_1 \approx 1.7 \times 10^7 \text{ Jahre} \frac{M^{6/7}}{\alpha_{26} Z^2} [L_2^{-6/7} - L_1^{-6/7}]. \quad (6.16)$$

Um die Anzahl der weißen Zwerge zu erhalten, die gegenwärtig mit Luminositäten zwischen den fest gewählten Werten L_2 und L_1 beobachtet werden können, muß dieses Zeitintervall lediglich mit der Entstehungsrate dieser Sterne multipliziert werden.

¹¹⁰⁾VAN HORN (Fn. 108).

c) Vergleich mit Beobachtungsdaten

Die "Geburtsrate" weißer Zwerge beträgt in der gegenwärtigen Epoche rund¹¹¹⁾ $2 \times 10^{-12} \text{ a}^{-1} \text{ pc}^{-3}$ und man kann annehmen, daß sie während der jüngsten galaktischen Geschichte, d.h. während der letzten 10^9 Jahre, konstant geblieben ist. Mit einer typischen Masse für weiße Zwerge von $M = 0.6 M_\odot$ und einer Zusammensetzung aus reinem Kohlenstoff ($Z = 6$) kann man dann

$$N_{\text{vorh.}} \approx \frac{6.1 \times 10^{-4}}{\alpha_{26}} \left[L_2^{-6/7} - L_1^{-6/7} \right] \quad (6.17)$$

weiße Zwerge in einem Volumen von 1000 pc^3 in Sonnennähe und mit Luminositäten zwischen L_1 und L_2 vorhersagen.

M_v	10.0	11.0	12.0	13.0
$L/L_\odot$	1.52×10^{-1}	1.01×10^{-2}	2.23×10^{-3}	7.93×10^{-4}

Tab. III Übersetzung absoluter Luminositäten L weißer Zwerge in absolute visuelle Größenklassen M_v nach GREEN (Fn. 106).

Die absoluten Luminositäten L können in absolute visuelle Größenklassen M_v übersetzt werden. Mit Hilfe von Gl. (7) aus der Arbeit von GREEN¹¹²⁾ findet man die Einträge in Tab. III und damit dann leicht die vorhergesagten Zahlen $N_{\text{vorh.}}$ in Tab. IV.

M_v	$N_{\text{vorh.}}$	$N_{\text{beob.}}$	
10.0 ... 11.0	$0.03/\alpha_{26}$	0.08	0.12
11.0 ... 12.0	$0.08/\alpha_{26}$	0.30	0.24
Beobachtungsdaten siehe:		Fn. 104	Fn. 106

Tab. IV Anzahl weißer Zwerge pro 1000 pc^3 in Sonnennähe für zwei Intervalle absoluter, visueller Größenklassen M_v . $N_{\text{vorh.}}$ bezieht sich auf die Vorhersage unter der Annahme, weiße Zwerge würden hauptsächlich durch die Ausstrahlung von Axionen gekühlt. $N_{\text{beob.}}$ bezieht sich auf Beobachtungsdaten.

Diese Vorhersagen können nun mit den empirischen Werten von GREEN und WEIDEMANN¹¹³⁾ verglichen werden, die sich auf verschiedenes Beobachtungsmaterial

¹¹¹⁾ WEIDEMANN (Fn. 104).

¹¹²⁾ GREEN (Fn. 106).

¹¹³⁾ GREEN (Fn. 106). WEIDEMANN (Fn. 104).

stützen. Die Einträge in Tab. IV zeigen klar, daß ein Konflikt mit diesen Daten nur vermieden werden kann, wenn α_{26} kleiner als etwa 0.3 ist. Daraus erhält man folgende Schranken an die Axion-Elektron-Kopplung:

$$\alpha_{ee} < 3 \times 10^{-27} \quad \text{oder} \quad g < 2 \times 10^{-13}. \quad (6.18)$$

Für DFS-Axionen heißt das

$$m_a < \frac{0.01 \text{ eV}}{2 \cos^2 \beta}, \quad \tau_a > 1 \times 10^{34} \text{ s } (2 \cos^2 \beta)^5, \quad \frac{v_{PQ}}{2 \cos^2 \beta} > 3 \times 10^9 \text{ GeV}. \quad (6.19)$$

Diese Schranken sind das Hauptresultat der astrophysikalischen Betrachtungen des Axionproblems. Sie sind unmittelbar auf die Yukawa-Kopplung an Elektronen aller leichten, pseudoskalaren Teilchen anwendbar.

6.4 Astrophysikalische Axionschranken im Überblick

Die verfügbaren Schranken an unsichtbare Axionen aufgrund astrophysikalischer Argumente werden nun zusammengefaßt. Die Kopplung an Elektronen, $\mathcal{L}_{ee} = ig\bar{\psi}_e\gamma_5\psi_e\varphi_a$, erlaubt die Ausstrahlung von Axionen aus dem Inneren von Sternen durch axionische Bremsstrahlung und durch die Verwandlung thermischer Photonen mittels einer Compton-Amplitude. Dann erhält man die in Tab. V aufgeführten Schranken an die Yukawa-Kopplungskonstante g , die für DFS-Axionen in Schranken an die Peccei-Quinn-Skala v_{PQ} und die Axionmasse m_a übersetzt werden können (siehe § 2.2).

$g <$	$m_a \cdot b <$	$v_{PQ}/b >$	Argument	Siehe
5×10^{-11}	3.2 eV	$1 \times 10^7 \text{ GeV}$	Axionluminosität der Sonne kleiner als Photonluminosität	§ 6.1
8×10^{-13}	0.06 eV	$6 \times 10^8 \text{ GeV}$	Axionluminosität roter Riesen kleiner als Photonluminosität (?)	§ 6.2
9×10^{-13}	0.06 eV	$6 \times 10^8 \text{ GeV}$	Neutronensterne (?)	Fn. 71
2×10^{-13}	0.01 eV	$3 \times 10^9 \text{ GeV}$	Weißer Zwerge kühlen so langsam, daß genügende Anzahl beobachtbar	§ 6.3
1×10^{-13}	0.01 eV	$4 \times 10^9 \text{ GeV}$	Heliumbrennen setzt ein (?)	Fn. 76

Tab. V Schranken an die Axion-Elektron-Kopplung g . Für DFS-Axionen können sie mit dem freien Parameter $b = 2 \cos^2 \beta$ in Schranken an die Axionmasse m_a und die Peccei-Quinn-Skala v_{PQ} übersetzt werden. Die mit "(?)" gekennzeichneten Werte sind nicht völlig unanfechtbar.

Die Axion-Photon-Kopplung, $\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = (G/4) F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} = G \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \varphi_a$, erlaubt die Ausstrahlung von Axionen durch die Verwandlung thermischer Photonen mittels einer Primakoff-Amplitude. Dieser Effekt ist durch elektrostatische Abschirmung stark unterdrückt, so daß er nur dann eine Rolle spielt, wenn die Axion-Kopplung an Elektronen ungewöhnlich schwach ist, wie das etwa für KSVZ-Axionen zutrifft. Die Schranken an die Konstante G können dann in Schranken für die Peccei-Quinn-Skala v_{PQ} und Axionmasse m_a übersetzt werden (siehe § 2.2), die in Tab. VI aufgeführt sind.

$G \cdot m_e <$	$m_a <$	$v_{PQ}/N >$	Argument	Siehe
1×10^{-12}	17 eV	4×10^5 GeV	Axionluminosität der Sonne kleiner als Photonluminosität	§ 6.1
7×10^{-14}	1 eV	6×10^6 GeV	Heliumbrennen setzt ein (?)	Fn. 76
6×10^{-14}	0.7 eV	8×10^6 GeV	Axionluminosität roter Riesen kleiner als Photonluminosität (?)	§ 6.2

Tab. VI Schranken an die Axion-Photon-Kopplung G . Für KSVZ-Axionen können sie in Schranken an die Axionmasse m_a und mit dem ganssahligen Parameter $N = \mathcal{O}(1)$ in Schranken an die Peccei-Quinn-Skala v_{PQ} übersetzt werden. Die mit "(?)" gekennzeichneten Werte sind nicht völlig unanfechtbar.

Die detaillierte Untersuchung der Axion-Kühlung von Sternen hat es uns also erlaubt, in der Fortführung der Arbeit früherer Autoren neue Schranken an die Parameter der unsichtbaren Axionmodelle zu setzen. Die Resultate sind jedoch von weiterreichender Bedeutung, da sie auf alle Teilchen anwendbar sind, die eine vergleichbare Wechselwirkungsstruktur besitzen.

Es zeigt sich, daß die "stellare Energiekrise" der Axionen, die hier ausführlich erörtert worden ist, nicht die einzige Möglichkeit ist, astrophysikalische Schranken an diese Teilchen zu gewinnen. Aus kosmologischen Überlegungen können vielmehr weitere Schranken abgeleitet werden, die in einem komplementären Verhältnis zu den bisher genannten Grenzen liegen, da sie den Peccei-Quinn-Parameter *von oben*, die Axionmasse *von unten* einschränken. Wir wenden uns in den folgenden Kapiteln daher diesen Fragestellungen zu, die die interessante Möglichkeit beinhalten, daß die dunkle Materie des Universums aus Axionen besteht. In diesem Fall könnten die Axionen vielleicht in einem Laborexperiment nachgewiesen werden, wie anschließend erörtert wird.

III. TEIL: SIND

ASTROPHYSIKALISCHE AXIONFLÜSSE UNSICHTBAR?

7. Axionen in galaktischen Halos

Zunächst wird die kosmologische Bedeutung der Existenz von Axionen erörtert (dunkle Materie, Strukturbildung im Universum). Die durch kosmologische Argumente gewonnenen Axionschranken werden genannt. Dann wird gezeigt, daß galaktische Axionhalos in dem Sinne völlig dunkel sind, daß sie sich keinesfalls durch ihre Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung verraten würden.

7.1 Axionen als dunkle Materie — ein Überblick

Es ist seit langem bekannt, daß es im Universum mehr Materie gibt, die sich durch ihre Gravitationswirkung verrät, als solche, die durch die Emission oder Absorption von elektromagnetischer Strahlung sichtbar ist.¹¹⁴⁾ Es wird argumentiert, daß diese Materie nicht-baryonischer Natur sei,¹¹⁵⁾ so daß möglicherweise fast alle Materie im Universum einer exotischen Art von Elementarteilchen zuzurechnen ist. Galaxien wären dann als riesige, mehr oder minder sphärische Wolken solcher Teilchen zu interpretieren, in denen die sichtbaren Sterne eine eher untergeordnete Rolle spielen.

Nicht jede beliebige, stabile Teilchenspezies kommt jedoch hierfür in Frage. Einschränkungen ergeben sich vor allem dadurch, daß weder zu viele noch zu wenige solcher Teilchen im frühen Universum entstanden sein dürfen. Ferner muß die Entwicklung von Fluktuationen der ursprünglichen Dichteverteilung solcher Teilchen zu den beobachteten Strukturen im Universum führen.¹¹⁶⁾

¹¹⁴⁾S. M. FABER, J. S. GALLAGHER, "Masses and mass-to-light ratios of galaxies", *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **17** (1979) 135.

¹¹⁵⁾D. J. HEGYI, K. A. OLIVE, "Can galactic halos be made of baryons?", *Phys. Lett.* **126 B** (1983) 28; "A case against baryons in galactic halos", *Astrophys. J.* **303** (1986) 56.

¹¹⁶⁾G. EFSTATHIOU, J. SILK, "The formation of galaxies", *Fund. Cosmic Phys.* **9** (1983) 1.

Die axionische Massendichte darf also die kritische Dichte¹¹⁷⁾ von ungefähr $10^{-29} \text{ g cm}^{-3}$ nicht wesentlich überschreiten. Um die Anzahl der im frühen Universum entstandenen Axionen abzuschätzen, kann man jedoch nicht davon ausgehen, daß es ungefähr so viele Axionen wie Photonen der kosmischen Hintergrundstrahlung (ca. 400 Photonen/cm³) oder wie kosmische Neutrinos geben müsse. Da aus astrophysikalischen Überlegungen $m_a \lesssim 10^{-2} \text{ eV}$ bekannt ist, betrüge in diesem Fall die axionische Massendichte weniger als etwa $10^{-32} \text{ g cm}^{-3}$, also weniger als ein Tausendstel der kritischen Dichte.

Die kosmischen Axionen verdanken ihre Existenz keinen thermischen Prozessen, sondern dem zweifachen Symmetriebrechungsmechanismus des Peccei-Quinn-Modells. Zu Beginn des Universums, bei sehr hohen Temperaturen, sind alle Symmetrien der Natur exakt. Das bedeutet insbesondere, daß die Higgsfelder hoch angeregt sind und sich nicht in einem Grundzustand befinden. Wenn das Universum dann die Temperatur $T \approx v_{\text{PQ}}$ erreicht, kommt das Higgsfeld Φ in einem von unendlich vielen, äquivalenten Grundzuständen zur Ruhe: $\Phi(x) \rightarrow \frac{v_{\text{PQ}} + \sigma(x)}{\sqrt{2}} e^{i[\vartheta_0 + \vartheta(x)]}$. Hierin ist ϑ_0 jene Phase, bei der nach dem Peccei-Quinn-Mechanismus $\bar{\Theta} = 0$ wird. Zunächst nimmt $\vartheta(x)$ jedoch irgendeinen, zufällig bestimmten Wert an, der zumindest innerhalb einer kausal zusammenhängenden Region nicht von den Raum-Zeit-Koordinaten x abhängt.

Bei weiterer Kühlung des Universums unter $T \approx 1 \text{ GeV}$ findet der QCD-Phasenübergang statt, der die vormalig freien Quarks unlösbar in Hadronen bindet (Übergang zum "Confinement"). Zu diesem Zeitpunkt kommen jene QCD-Instanton-Effekte ins Spiel, die einerseits für den CP-verletzenden Term der QCD-Lagrangefunktion verantwortlich sind, andererseits aber im Rahmen des Peccei-Quinn-Mechanismus dafür sorgen, daß das Higgspotential ein Minimum an der Stelle $\vartheta(x) = 0$ entwickelt. Das Axionfeld ist im wesentlichen mit $\varphi_a(x) = v_{\text{PQ}}\vartheta(x)$ zu identifizieren, so daß $\partial^2 V / \partial \varphi_a^2$ am Minimum die Axionmasse darstellt. Das bedeutet, daß bei $T \approx 1 \text{ GeV}$ die Axionmasse "angeschaltet" wird.

Wegen der völligen Entartung aller Werte von φ_a vor diesem Zeitpunkt kann man davon ausgehen, daß $\vartheta(x)$ zufällig bestimmt ist, d.h. $\vartheta(x) = O(1)$. Mithin ist zu diesem Zeitpunkt $\varphi_a = O(v_{\text{PQ}})$. Wegen des nun angeschalteten Potentials bewegt sich das Axionfeld auf das Minimum bei $\varphi_a = 0$ zu, schwingt wegen mangelnder Reibung jedoch darüber hinaus usw., so daß Oszillationen dieses Feldes mit der Frequenz $\omega = m_a$ einsetzen. Wegen der Konstanz von φ_a innerhalb einer kausal zusammenhängenden Region ist $\nabla \varphi_a(x) = 0$. Da die Hamiltonfunktion eines skalaren Feldes, $H = \frac{1}{2}(-\dot{\varphi}_a^2 + (\nabla \varphi_a)^2 + m_a^2 \varphi_a^2)$, klassisch mit der Energiedichte zu identifizieren ist und da $\dot{\varphi}_a = i m_a \varphi_a$, hat die Energiedichte des Axionfeldes zur Zeit der kosmischen Tem-

¹¹⁷⁾Für die Hubble-Konstante wird $H_0 = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ angenommen.

peratur $T = 1 \text{ GeV}$ den Wert $m_a^2 v_a^2 = O(m_a^2 v_{PQ}^2)$. Die Oszillationen des Axionfeldes entsprechen klassischen Bewegungszuständen; sie sind vom quantenfeldtheoretischen Standpunkt daher als kohärente Oszillationen anzusehen, vergleichbar den Anregungen des elektromagnetischen Feldes in einem Laser.

Die kosmischen Axionen, die diesen Oszillationen entsprechen, kommen also (lokal) in Ruhe, d.h. extrem nichtrelativistisch, zur Welt. Sie können durch die kosmische Expansion daher nur verdünnt, nicht aber rotverschoben werden—im Gegensatz zu der das Universum zunächst dominierenden Strahlung. Daher würden sie rasch an relativer Bedeutung gewinnen und schließlich die Dynamik der Expansion bestimmen.

Aus empirischen, oberen Schranken der mittleren Dichte solch "dunkler Materie" und unter detaillierter Berücksichtigung verschiedener denkbarer Dämpfungsmechanismen für das Axionfeld fanden mehrere Autoren die obere Schranke¹¹⁸⁾

$$v_{PQ} < O(10^{12} \text{ GeV}) \quad \text{d.h.} \quad m_a > O(10^{-5} \text{ eV}). \quad (7.1)$$

Wenn Axionen existieren und ihre Parameter in der Nähe dieser Schranken liegen, bilden sie den Hauptbestandteil der dunklen Materie des Universums.

Ein in den genannten Arbeiten nicht berücksichtigter, neuer Dämpfungsmechanismus¹¹⁹⁾ scheint in der Praxis keine wesentliche Rolle zu spielen.¹²⁰⁾ Auch scheint sich das kohärent schwingende Axionfeld im Rahmen der kosmischen Expansion tatsächlich wie ein wechselwirkungsfreies, nichtrelativistisches Gas zu verhalten.¹²¹⁾ Eine genauere Untersuchung der Bewegung des Axionfeldes während der "Anschaltphase" der Axionmasse bestätigt im wesentlichen die früheren Schlußfolgerungen.¹²²⁾

Die Schranke Gl. (7.1) ist darüber hinaus bedeutsam, weil sie eine naive Identifizierung der Skala v_{PQ} mit derjenigen Skala $f_{GUT} = O(10^{15} \text{ GeV})$ Einheitlicher Feldtheorien

¹¹⁸⁾ J. PRESKILL, M. B. WISE, F. WILCZEK, "Cosmology of the invisible axion", *Phys. Lett.* **120 B** (1983) 127. — L. F. ABBOTT, P. SIKIVIE, "A cosmological bound on the invisible axion", *ibid.* **133**. — M. DINE, W. FISCHLER, "The not-so-harmless axion", *ibid.* **137**.

¹¹⁹⁾ W. G. UNRUH, R. M. WALD, "Damping mechanism for coherent oscillations of axions", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 831.

¹²⁰⁾ M. S. TURNER, "Quantitative analysis of the thermal damping of coherent axion oscillations", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 843.

¹²¹⁾ R. H. BRANDENBERGER, "Cosmological perturbations in a universe dominated by a coherent scalar field", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 501. — M. S. TURNER, "Coherent scalar field oscillations in an expanding universe", *Phys. Rev. D* **28** (1983) 1243. — M. SASAKI, "Questions about gravitational instability of axion density fluctuations in an axion dominated universe", *Prog. Theor. Phys.* **72** (1984) 1266.

¹²²⁾ TH. DEGRAND, TH. W. KEPHART, TH. J. WEILER, "Invisible axions and the QCD phase transition in the early universe", *Phys. Rev. D* **33** (1986) 910.

unmöglich macht, bei der die starke und die elektroschwache Wechselwirkung ununterscheidbar werden. Die Versuche, das Axion als GUT-Teilchen zu "retten", d.h. die Schranke Gl. (7.1) zu umgehen, umfassen zwei Möglichkeiten. Erstens könnte bei kosmischen Temperaturen zwischen 1 GeV und 1 MeV zusätzliche Entropie entstanden sein (etwa durch Zerfall einer unbekannten Teilchenart), so daß die auf die heutige Entropiedichte bezogenen Rechnungen eine zu restriktive Schranke an v_{PQ} hervorbringen.¹²³⁾ Die andere Möglichkeit ist, daß unser Kosmos, der in den Theorien des "inflationären Universums" nur eine von vielen aufgeblähten, kausal zusammenhängenden Regionen des frühen Universums ist, zufällig eine solche Blase ist, in der die Anfangsorientierung des Higgsfeldes schon nahe an dem späteren Potentialminimum lag, so daß keine starken Oszillationen angeregt wurden.¹²⁴⁾ Da keines dieser Argumente besonders überzeugend wirkt, wird die Schranke Gl. (7.1) allenthalben ernst genommen.

Wenn Axionen tatsächlich den größten Teil der Materie des Universums darstellen, sind sie auch für die Bildung der beobachteten Strukturen (Galaxien, Galaxienhaufen usw.) verantwortlich. Das bedeutet, daß sich Fluktuationen der Energiedichte im frühen Universum zu den genannten Strukturen verdichten. Axionen wären ein idealer Kandidat¹²⁵⁾ für sog. "kalte dunkle Materie", da diese Teilchen von Anfang an in Ruhe waren und daher die anfänglichen Fluktuationen nicht durch "freies Strömen" auswaschen würden, wie dies etwa bei Neutrinos als "heißer dunkler Materie" der Fall wäre. Die ursprünglichen Dichteschwankungen könnten vielleicht durch die Domänenwände¹²⁶⁾ und "Strings"¹²⁷⁾ zwischen Gebieten verschiedener Einstellung des Axionfeldes im frühen

¹²³⁾P. J. STEINHARDT, M. S. TURNER, "Saving the invisible axion", *Phys. Lett.* **129 B** (1983) 51.

¹²⁴⁾S.-Y. PI, "Inflation without tears: A realistic cosmological model", *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 1725.

¹²⁵⁾M. FUKUGITA, M. YOSHIMURA, "Irregularities formed by a cosmological axion field", *Phys. Lett.* **127 B** (1983) 181. — J. IPSER, P. SIKIVIE, "Can galactic halos be made of axions?", *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 925. — T. MOODY, "Gauge-invariant density fluctuations in a cold dark matter universe", *Phys. Lett.* **149 B** (1984) 328. — D. SECKEL, M. S. TURNER, "Isothermal' density perturbations in an axion-dominated inflationary universe", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 3178. — F. W. STECKER, Q. SHAPI, "Axions and the formation of structure in the universe", *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 928. — M. S. TURNER, F. WILCZEK, A. ZEE, "Formation of structure in an axion-dominated universe", *Phys. Lett.* **125 B** (1983) 35.

¹²⁶⁾P. SIKIVIE, "Axions, domain walls and the early universe", *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1156. — R. HOLMAN, TH. W. KEPHART, "Global-symmetry evolution in axion cosmologies", *Phys. Rev. D* **31** (1985) 1232.

¹²⁷⁾R. L. DAVIS, "Goldstone bosons in string models of galaxy formation", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 3172; "Comments on axion strings", SLAC-PUB-3897 (March 1986, subm. to *Phys. Lett. B*); "Cosmic axions from cosmic strings", SLAC-PUB-3895 (March 1986, subm. to *Phys. Lett. B*). — A. VILENKIN, A. E. EVERETT, "Cosmic strings and domain walls in models with Goldstone and pseudo-Goldstone bosons", *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1867.

Universum verursacht werden. Axionen könnten vielleicht auch kleinere Objekte als Galaxien formen¹²⁸⁾ oder zu schwarzen Löchern kollabieren.¹²⁹⁾

Man kann zusammenfassen, daß Axionen der Masse $m_a \approx 10^{-5}$ eV die dunkle Materie im Universum bilden könnten, so daß in diesem Fall der größte Teil der im Kosmos existierenden Materie aus Axionen bestünde. Die Entwicklung der kosmischen Strukturen könnte in diesem Fall relativ zwanglos erklärt werden.

7.2 Galaktische Axionhalos sind dunkel

a) Lichtbrechung

Wenn Galaxien tatsächlich riesige "Sterne" sind, die vor allem aus einem wechselwirkungsfreien Gas unsichtbarer Axionen bestehen, so stellt sich die Frage, ob sich diese gigantischen Ansammlungen solcher Teilchen nicht anderweitig als durch ihre dynamische Wirkung auf die sichtbare Materie verraten würden. Insbesondere soll untersucht werden, ob die schwache aber nichtverschwindende Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung ausreichen würde, einen beobachtbaren Effekt im elektromagnetischen Spektrum hervorzurufen.

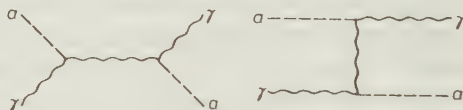


Fig. 6 Feynman-Graphen für die Streuung von Photonen an Axionen.

Zunächst ist klar, daß sich die Gravitationswirkung dieser Axionhalos auch auf Licht erstrecken würde, so daß im Zusammenhang mit dem Gravitationslinseneffekt¹³⁰⁾ die gesamte Massenverteilung der Gravitationslinse, einschließlich der dunklen Materie, maßgebend ist. Dann stellt sich jedoch die Frage ob die dunkle Materie, die einen von Null verschiedenen Brechungsindex für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen besitzen würde, hierdurch einen Beitrag zur Ablenkung von Lichtstrahlen leisten könnte,

¹²⁸⁾ J. D. BREIT, S. GUPTA, A. ZAKS, "Cold Bose Stars", *Phys. Lett.* **140 B** (1984) 329. — E. TAKASUGI, M. YOSHIMURA, "Gravitational stability of cold Bose star", *Z. Phys. C* **26** (1984) 241.

¹²⁹⁾ W. THIRRING, "Bosonic black holes", *Phys. Lett.* **127 B** (1983) 27.

¹³⁰⁾ P. YOUNG, R. S. DEVERILL, J. E. GUNN, J. A. WESTPHAL, "The triple quasar Q1115 + 080A, B, C: A quintuple gravitational lens image?", *Astrophys. J.* **244** (1981) 723. — U. BORGEEST, S. REFSDAL, "Der Gravitationslinseneffekt", *Phys. Bl.* **40** (1984) 4.

der mit dem Gravitationslinseneffekt vergleichbar ist. Die Frage der Konkurrenz zwischen Lichtbrechung und Gravitationsablenkung ist keineswegs völlig akademisch; sie spielt bei der Interpretation von Experimenten zur Ablenkung von Radiosignalen durch die Sonne eine wichtige Rolle, deren Korona ein refraktives Medium darstellt.¹³¹⁾

Wenn man eine sphärische, selbstgravitierende Wolke von Elementarteilchen betrachtet, so ist der Winkel Θ_{grav} der Gravitationsablenkung¹³²⁾ und der Winkel Θ_{refr} der Lichtbrechung¹³³⁾ im Falle kleiner Ablenkungen durch

$$\Theta_{\text{grav}} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} g_{\perp} d\ell, \quad \Theta_{\text{refr}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \nabla_{\perp} n d\ell \quad (7.2)$$

gegeben. Hierin ist $g_{\perp}$ die Gravitationsbeschleunigung senkrecht zum Lichtstrahl und $\nabla_{\perp} n$ der entsprechende Gradient des Brechungsindex. Wenn ρ die lokale Massendichte und m die Masse der Teilchen ist, dann ist der Brechungsindex¹³⁴⁾

$$n = 1 + \frac{2\pi f_0}{\omega^2} \frac{\rho}{m}, \quad (7.3)$$

wobei f_0 die Vorwärtsstreuamplitude und ω die Frequenz der Strahlung ist.

Für Materieverteilungen, wie sie für Galaxien typisch sind,¹³⁵⁾ ergibt sich für das Verhältnis der Ablenkungswinkel

$$\frac{\Theta_{\text{refr}}}{\Theta_{\text{grav}}} \approx \frac{f_0}{4\omega^2 m \gamma b^2}. \quad (7.4)$$

Hierin ist γ die Gravitationskonstante und b der "Stoßparameter" des Lichtstrahls, d.h. sein Abstand von dem Zentrum der Massenverteilung.

Wenn man sich für das Medium zunächst ionisierten Wasserstoff vorstellt, so wird die Massendichte durch die Protonen bestimmt und in Gl. (7.4) wird $m = m_p$ eingesetzt. Der Brechungsindex wird durch die Streuung an Elektronen bestimmt, so daß die

¹³¹⁾R. N. BRACEWELL, V. R. ESHLEMAN, J. V. HOLLWEG, "The occulting disk of the sun at radio wavelengths", *Astrophys. J.* **155** (1969) 367. — G. A. SEIELSTAD, R. A. SRAMEK, K. W. WEILER, "Measurement of the deflection of 9.602-GHz radiation from 3C279 in the solar gravitational field", *Phys. Rev. Lett.* **24** (1970) 1373.

¹³²⁾R. R. BOURASSA, R. KANTOWSKI, "The theory of transparent gravitational lenses", *Astrophys. J.* **195** (1975) 13.

¹³³⁾A. SOMMERFELD, *Optik*, Reprint der 3. Aufl. (Harri Deutsch, Thun, 1978).

¹³⁴⁾M. L. GOLDBERGER, K. M. WATSON, *Collision Theory* (Wiley, New York, 1964).

¹³⁵⁾V. C. RUBIN, N. THONNARD, W. K. FORD, JR., "The distribution of mass in Sc galaxies", *Astrophys. J.* **253** (1982) 70. — V. C. RUBIN, W. K. FORD, JR., N. THONNARD, D. BURSTEIN, "Rotational properties of 23 Sb Galaxies", *Astrophys. J.* **261** (1982) 439.

Vorwärtsstreuamplitude $f_0 = -\alpha/m_e$ lautet. Für $b = 1$ kpc und für Wellenlängen im Zehn-Meter-Bereich ist der Quotient Gl. (7.4) von der Ordnung -1 . Selbstverständlich kommt ein Wasserstoff-Plasma als dunkle Materie nicht in Frage;¹³⁶⁾ dieses Beispiel wurde nur zur Illustration der Größenordnungen erwähnt.

Zur Abschätzung der Vorwärtsstreuamplitude von Photonen der Frequenz ω an ruhenden Axionen werden die in Fig. 6 dargestellten Feynman-Graphen berücksichtigt. Mit Hilfe der Feynman-Regel Gl. (2.4) ergibt sich für die Vorwärtsstreuamplitude

$$f_0 = 16 \frac{\Gamma \omega^2}{m_a^2 (4\omega^2 - m_a^2)}, \quad (7.5)$$

wobei Γ die Breite des spontanen Zerfalls eines Axions in zwei Photonen ist. Dieser Ausdruck divergiert an der Stelle $\omega = m_a/2$, da in diesem Fall das intermediäre Photon der Feynman-Amplitude Fig. 6a auf der Massenschale liegen kann.

Man kann diese Singularität heilen, wenn man bedenkt, daß die Masse des Axions wegen seiner Instabilität nicht scharf bestimmt ist. Durch die phänomenologische Substitution $m_a \rightarrow m_a - i\Gamma/2$ findet man dann den Ausdruck:

$$f_0 = 16 \frac{\Gamma \omega^2}{m_a^2 (2\omega + m_a)} \frac{(2\omega - m_a) - i\Gamma/2}{(2\omega - m_a)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (7.6)$$

In der unmittelbaren Umgebung der Resonanz kann ω durch $m_a/2$ approximiert werden. Der Realteil des Brechungsindex, der allein für die Lichtablenkung zuständig ist, verschwindet allerdings an der Resonanzstelle und erreicht für $2\omega - m_a = \Gamma/2$ sein Maximum. Dann ist $\text{Re}[f_0] = 2/m_a$. Die Axionen in einer Galaxie befinden sich jedoch nicht in Ruhe, sondern müssen eine Geschwindigkeitsdispersion von der Ordnung typischer galaktischer Virialgeschwindigkeiten, d.h. rund $10^{-3}c$, besitzen. Daher ist die Anzahl der Axionen, die relativ zu einer bestimmten Photonfrequenz die Resonanzbedingung erfüllt, um einen Faktor der Ordnung $\Gamma/\Delta\omega \approx \Gamma/10^{-3}m_a$ reduziert. Somit gilt an der Resonanzstelle insgesamt

$$\text{Re}[f_0] = O(10^3 \Gamma/m_a^2). \quad (7.7)$$

Wenn man diesen Ausdruck benützt, um das Verhältnis der Ablenkungswinkel Gl. (7.4) zu berechnen, und dort wegen der Resonanzbedingung $\omega = m_a/2$ einsetzt, so findet man mit Hilfe der Gl. (2.5) und (2.14), daß dieses Verhältnis unabhängig von der Peccei-Quinn-Skala einen festen Wert von ca. 10^{-33} annimmt. Es folgt daher, daß die Lichtbrechung durch Axionen weit davon entfernt ist, mit dem Gravitationslinseffekt in Konkurrenz treten zu können. In diesem Sinne sind galaktische Axionen also unsichtbar.

¹³⁶⁾ HEGYI, OLIVE (Fn. 115).

b) Stimulierter Azionzerfall

An der Resonanzstelle des Brechungsindex tritt auch ein imaginärer Teil auf, der noch zu interpretieren ist. Der Brechungsindex ist so definiert, daß eine ebene, monochromatische Welle mit dem Vakuum-Wellenvektor $\mathbf{k}$ im Medium wie $e^{i(\mathbf{n}\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ variiert. Deshalb variiert ihr Amplitudenquadrat wie $e^{\kappa x}$, wobei der Koeffizient κ durch

$$\kappa(\omega) = -2\omega \operatorname{Im}[n(\omega)] \quad (7.8)$$

gegeben ist. Im gegenwärtigen Fall ist der Imaginärteil des Brechungsindex *negativ*, so daß κ eine *positive* Zahl ist und daher als *Verstärkungskoeffizient* anzusprechen ist. Es ist physikalisch klar, daß ein Medium von Axionen elektromagnetische Strahlung verstärken kann. Axionen können in Photonen zerfallen, eine Reaktion, die durch die Anwesenheit anderer Photonen passender Frequenz stimuliert wird.

Für den Verstärkungskoeffizienten an der Resonanzstelle ergibt sich dann der Ausdruck

$$\kappa_r = 32\pi \rho / m_a^3. \quad (7.9)$$

Man findet ein völlig identisches Resultat, wenn man in der üblichen Weise verfährt und zuerst den totalen Wirkungsquerschnitt für die Photon-Axion-Streuung berechnet, um anschließend daraus den Verstärkungskoeffizienten zu bestimmen.¹³⁷⁾ Der Weg über den Imaginärteil der Streuamplitude ist hier nur deshalb gangbar, weil an der Resonanzstelle der Imaginärteil der Streuamplitude von der gleichen Ordnung in den Kopplungskonstanten wie der totale Wirkungsquerschnitt ist. Weit entfernt von Resonanzstellen dagegen ist das Optische Theorem nur gültig, wenn die Streuamplitude in höherer Ordnung der Störungsreihe als der totale Wirkungsquerschnitt berechnet wird.¹³⁸⁾

Im Zusammenhang mit galaktischen Halos ist wieder der gleiche "Verdünnungseffekt" der Axionen durch die Dopplerverbreiterung ihrer Resonanzfrequenz zu beklagen, der bereits im Falle der Lichtbrechung diskutiert worden ist. Der effektive Verstärkungskoeffizient ist dann $\kappa_{\text{eff}} \approx \kappa_r 10^3 \Gamma / m_a$.

Für die Verstärkung eines elektromagnetischen Signals, das eine Galaxie durchquert, ist der Ausdruck e^K mit

$$K = \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa \, d\ell \approx 10^3 32\pi \frac{\Gamma}{m_a^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho \, d\ell \quad (7.10)$$

¹³⁷⁾ A. YARIV, *Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1975).

¹³⁸⁾ JACKSON (Fn. 70).

maßgebend. Eine typische Säulendichte dunkler Materie in Galaxien ist von der Ordnung $\int \rho dl = O(0.1 \text{ g/cm}^2)$. Diese Zahl ergibt sich, wenn man bedenkt, daß typische galaktische Dichten dunkler Materie von der Ordnung 10^{-24} g/cm^3 und typische lineare Dimensionen von der Ordnung $30 \text{ kpc} \approx 10^{23} \text{ cm}$ sind.

Offensichtlich muß $K < O(1)$ sein, damit sich die Galaxien nicht längst in gewaltigen Blitzen aufgelöst haben, bzw. gar nicht erst entstanden sind. Daraus folgt eine Bedingung an die Axion-Photon-Kopplung

$$\alpha_{a\gamma\gamma} < O(10^{-15} m_a/\text{eV}). \quad (7.11)$$

Da schon durch die Argumente im Zusammenhang mit der Axionluminosität der Sonne die Schranke $\alpha_{a\gamma\gamma} \lesssim 10^{-25}$ folgt, ist diese Bedingung bei weitem erfüllt. *Auch in diesem Sinne sind galaktische Axion-Halos also dunkel.*

c) Spontanes Leuchten der Halos

Der soeben diskutierte stimulierte Zerfall der galaktischen Axionen setzt die spontane Zerfallsmöglichkeit dieser Teilchen voraus. Da die Teilchen, die die dunklen Halos ausmachen, bis auf ihre Geschwindigkeitsdispersion von der Ordnung galaktischer Virialgeschwindigkeiten in Ruhe sind, erwartet man im Falle der Axionen eine scharfe Photonlinie der Frequenz $\omega = m_a/2$ und der Breite $\Delta\omega = O(\beta_{\text{virial}} m_a)$. Galaktische Axionen hätten eine Masse von der Ordnung 10^{-5} eV , so daß dieses Signal im Mikrowellenbereich zu erwarten wäre.

Aufgrund des spontanen Zerfalls der Axionen unserer eigenen Milchstraße erwartet man dann einen diffusen Photonenfluß dieser Frequenz der ungefähren Stärke $10^{-13} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} m_s^4$, wobei $m_s = m_a/10^{-5} \text{ eV}$ ist. Zum Vergleich sei erwähnt, daß der Fluß der kosmischen Mikrowellenstrahlung ($T = 2.7 \text{ K}$) in einem Band der Breite $10^{-3} m_a$ ungefähr $10^7 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1} m_s^2$ beträgt, also rund das 10^{20} -fache ausmacht. An eine Messung der Zerfallsphotonen ist daher nicht zu denken.

Entsprechendes gilt für den Virgo-Galaxienhaufen,¹³⁹⁾ der mit seinen rund $10^{15} M_\odot$ dunkler Materie etwa 10^{86} Axionen der Masse 10^{-5} eV beherbergen würde. Der von dort zu erwartende Photonfluß von $10^{-16} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ ist ebenfalls unterhalb jeder denkbaren Nachweismöglichkeit.

So schließen wir diese Betrachtung mit der Schlußfolgerung, daß die Axionhalos der Galaxien völlig dunkel sind. Es ist umso bemerkenswerter, daß sie, wie im folgenden Kapitel gezeigt wird, dennoch nicht völlig unsichtbar sind, sondern vielleicht

¹³⁹⁾ Für eine ähnliche Abschätzung des Photonflusses vom Virgo-Haufen, der aufgrund radiativer Neutrinoserefälle zu erwarten wäre, wenn diese Teilchen die dunkle Materie ausmachen würden, siehe: H. L. SHIPMAN, R. COWSIK, "Existing and potential limits to lifetimes of massive neutrinos", *Astrophys. J.* **247** (1981) L111.

schon in den nächsten Jahren in einem Laborexperiment nachgewiesen werden können — vorausgesetzt freilich, daß die “fehlende Masse” unserer Galaxie tatsächlich aus “unsichtbaren” Axionen besteht.

8. Messung astrophysikalischer Axionflüsse im Labor

Zunächst werden die bisherigen Vorschläge zum experimentellen Nachweis galaktischer Axionen erläutert. Dann wird ein neuer Vorschlag gemacht, der den Effekt der Elektronenspinresonanz ausnützt: Ein Mikrowellenferrit, der auf Resonanz mit dem galaktischen Axionfeld gestimmt ist, könnte dieses Feld möglicherweise so stark an einen Mikrowellenschaltkreis koppeln, daß ein nachweisbares Signal entsteht. Schließlich wird die Möglichkeit der Messung des solaren Axionflusses im Lichte der neuen astrophysikalischen Schranken diskutiert.

8.1 Nachweismöglichkeiten galaktischer Axionen

Wenn Axionen tatsächlich den Hauptbestandteil der dunklen Materie des Universums bilden, dann müßte auch in unserer Milchstraße die "fehlende Masse", die nötig ist, um die beobachtete Dynamik dieser Galaxie zu erklären, aus einem interstellaren Gas "unsichtbarer" Axionen bestehen. Aus detaillierten Modellen der Massenverteilung in diesem System kommt man zu dem Schluß, daß in der galaktischen Region unseres Sonnensystems eine Axiondichte von ungefähr $5 \times 10^{-25} \text{ g cm}^{-3}$ zu erwarten ist.¹⁴⁰⁾ Aufgrund der kosmologischen Überlegungen, die im vorigen Kapitel angedeutet worden sind, erwartet man für diese Axionen eine Masse von etwa $m_a \approx 10^{-5} \text{ eV}$. Sie müßten Geschwindigkeiten von der Ordnung der galaktischen Virialgeschwindigkeit $v_{\text{virial}} \approx 10^{-3} c$ besitzen. Hätten sie wesentlich größere Geschwindigkeiten, würden sie aus der Galaxie "verdunsten". Diese Zahlen bedeuten, daß auf der Erde mit einem mehr oder minder isotropen Axion-Fluß von etwa $10^{21} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ zu rechnen ist. Das entspricht einem Energiefluß von etwa 1 mW/cm^2 , der nur um zwei Größenordnungen hinter der Solarkonstante von 136 mW/cm^2 zurücksteht.

Es liegt daher nahe, zu versuchen, diesen riesigen Fluß trotz der schwachen Axionwechselwirkungen in einem Laborexperiment nachzuweisen. Der positive Ausgang eines solchen Experimentes wäre offensichtlich von fundamentaler Bedeutung sowohl für die Astrophysik wie auch für die Teilchenphysik.

SIKIVIE zeigte als erster,¹⁴¹⁾ daß ein solcher Versuch nicht vollkommen hoffnungslos ist. Sein Vorschlag besteht im wesentlichen darin, den Primakoff-Effekt (Fig. 2b, S. 44) makroskopisch auszunützen. Die Kopplung des Axionfeldes φ_a an das elektromagnetische Feld kann ja durch die Lagrangefunktion $\mathcal{L}_{a\gamma\gamma} = -G \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \varphi_a$ beschrieben

¹⁴⁰⁾ M. S. TURNER, "Cosmic and local mass density of 'invisible' axions", *Phys. Rev. D* **33** (1986) 889.

¹⁴¹⁾ P. SIKIVIE, "Experimental tests of the 'invisible' axion", *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1415; Erratum *ibid.* **52** (1984) 695.

werden, wobei G eine Kopplungskonstante ist (für Details siehe Kap. 2). Das bedeutet, daß sich Axionen in einem statischen, äußeren Magnetfeld B_0 in Photonen verwandeln können. Da das durch die galaktischen Axionen gebildete Feld mit der Frequenz $f_a \approx m_a/2\pi \approx 2.4$ GHz schwingt, wäre mit Mikrowellenstrahlung zu rechnen. Im wesentlichen könnte man daher einen Mikrowellenresonator in ein statisches Magnetfeld größtmöglicher Stärke (z.B. einigen Tesla) stellen und die elektromagnetische Strahlungsenergie messen, die sich darin durch die Verwandlung galaktischer Axionen ansammelt. Anders ausgedrückt: Das im Mikrowellenbereich schwingende Axionfeld könnte einen auf Resonanz gestimmten Mikrowellenschaltkreis zu Schwingungen anregen. Detaillierte Rechnungen zeigen,¹⁴²⁾ daß diese Signalstärke unter realistischen Bedingungen meßbar sein sollte. Mehrere Forschungsgruppen¹⁴³⁾ bereiten derartige Experimente vor.

8.2 Spin-Resonanz — eine Alternative?

a) Ein Axion-Detektor durch Spin-Kopplung

Diese Vorschläge zum Nachweis astrophysikalischer Axionflüsse basieren ausschließlich auf der Kopplung der Axionen an Photonen bzw. des Axionfeldes an das elektromagnetische Feld. Daher stellt sich zwangsläufig die Frage, ob nicht auch die Wechselwirkung mit Elektronen als Grundlage eines Axiondetektors ausgenützt werden kann.

Der erste Vorschlag in dieser Richtung¹⁴⁴⁾ gründete sich im wesentlichen auf einer kohärenten Anwendung des Compton-Effektes zur Verwandlung von Axionen in Photonen. Da im Grenzfall kleiner Energien die Axionen an den Elektronenspin koppeln, dachte man an einen Spin-polarisierten, makroskopischen Körper, d.h. einen Ferromagneten, um Kohärenz über viele Target-Elektronen zu erzielen. KRAUSS et al. zeigten, daß in einem solchen Medium ausgerichteter Spins die effektive Kopplung zwischen dem Axion-Feld und dem elektromagnetischen Feld durch folgende, effektive Lagrangefunktion beschrieben wird

$$\mathcal{L}_S = \frac{g}{m_e} \frac{e}{2m_e} n_s (\mathbf{s} \cdot \mathbf{E}) \varphi_a. \quad (8.1)$$

¹⁴²⁾ L. KRAUSS, J. MOODY, F. WILCZEK, D. E. MORRIS, "Calculations for comic axion detection", *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1797. — D. E. MORRIS, "An electromagnetic detector for relic axions", LBL-Report No. 17917 (Mai 1984). — P. SIKIVIE, "Detection rates for 'invisible'-axion searches", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 2988.

¹⁴³⁾ P. LUBIN, D. MORRIS, C. PENNYPACKER, Experimental proposal (1985). — A. C. MELISSINOS, W. B. FOWLER, H. HALAMA, Experimental proposal (1985). — P. SIKIVIE, N. SUL-LIVAN, D. TANNER, Experimental proposal (1984).

¹⁴⁴⁾ L. M. KRAUSS, J. MOODY, F. WILCZEK, D. E. MORRIS, "Spin-coupled axion detection", Preprint No. NSF-ITP-85-08 (1985), unveröffentlicht. — Siehe auch KRAUSS et al. (Fn. 142).

Hierin ist, wie üblich, $\mathbf{E}$ das elektrische Feld, φ_a das Axionfeld und g die Kopplungskonstante der Axionen an Elektronen (siehe Kap. 2). Die Anzahldichte der polarisierten Elektronen ist n_s und $\mathbf{s}$ ihre Polarisationsrichtung ($|\mathbf{s}|^2 = 1$). Da das magnetische Moment, das mit einem Elektron verbunden ist, durch $\mu_e = e/2m_e$ gegeben ist, kann die Größe $(e/2m_e)n_s\mathbf{s}$ mit der Magnetisierung $\mathbf{M}$ in dem betreffenden Medium identifiziert werden und die effektive Wechselwirkung lautet

$$\mathcal{L}_S = \frac{g}{m_e} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{E}) \varphi_a. \quad (8.2)$$

Diese Lagrangefunktion hat dieselbe Struktur wie jene effektive Kopplung zwischen Axionfeld und elektrischem Feld, die gemäß Gl. (2.3) durch ein äußeres, statisches Magnetfeld $\mathbf{B}_0$ induziert wird:

$$\mathcal{L}_B = -G (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{E}) \varphi_a. \quad (8.3)$$

Ein numerischer Vergleich zeigt, daß im Falle von DFS-Axionen die Größe $(g/m_e)\mathbf{M}$ für typische Ferromagneten so groß ist, daß man ein $\mathbf{B}_0$ von einigen hundert Tesla benötigen würde, um ein ebenso starkes $G\mathbf{B}_0$ zu erzielen. Daher koppelt ein magnetisiertes Medium, dessen Magnetisierung auf Elektronenspins beruht, das Axionfeld wesentlich effektiver an das elektrische Feld als das unter realistischen Laborbedingungen durch äußere Magnetfelder möglich ist, die höchstens einige Tesla betragen können.

Wie jedoch bald erkannt wurde,¹⁴⁵⁾ ist dieser Vorschlag—zumindest im Falle galaktischer Axionen—nicht praktikabel, weil er auf der Annahme *frei beweglicher* Elektronen beruht, die durch die Absorption eines Axions einen Rückstoß erleiden, und so elektromagnetische Strahlung emittieren können. Diese Voraussetzung ist weder für einen Ferromagneten noch für einen Ferriten erfüllt. Darüberhinaus würde in einem Ferromagneten die erzeugte elektromagnetische Strahlung sofort absorbiert—zumindest, wenn man an Mikrowellen denkt, die beim Nachweis galaktischer Axionen entstehen würde.

Es liegt jedoch nahe, auch die Kopplung des elektromagnetischen Feldes an das magnetische Moment des Elektrons zu berücksichtigen, d.h. magnetische statt elektrischer Dipolstrahlung. Wenn man insbesondere bedenkt, daß die Energie eines Elektrons in einem Magnetfeld von einigen Kilogaß von der Ordnung der Energie von Mikrowellenquanten ist, so liegt es auf der Hand, an Spin-Resonanz-Effekte zu denken. Das galaktische Axionfeld könnte durch seine Spinkopplung ein System von Elektronenspins in ein angeregtes Niveau heben, das dann durch die Emission eines Mikrowellenquants wieder zerfällt.

¹⁴⁵⁾ J. C. SLONCZEWSKI, "Effect of the axion halo on bound electrons", *Phys. Rev. D* **32** (1985) 3338.

b) Makroskopische Elektrodynamik

Diese Fragen können am einfachsten in der Sprache der klassischen Elektrodynamik diskutiert werden. Der Grund ist, daß nicht einzelnen Streuprozesse betrachtet werden, sondern die Wechselwirkung zwischen Photonen und Axionen durch die Vermittlung eines äußeren Mediums, eine Problemstellung, die auf dem Amplitudenniveau angemessen behandelt werden kann. Die Wirkung des Mediums (auch das Magnetfeld $\mathbf{B}_0$ in den Sikivie-Experimenten ist in diesem Sinne ein Medium) besteht dann vor allem darin, daß es einen Brechungsindex für die Axionen und Photonen bereitstellt, der neben der üblichen Dispersion für Photonen auch "nichtdiagonale" Elemente besitzt, die Axionen und Photonen miteinander mischen.

Auf dem Niveau klassischer Felder ist ein Brechungsindex für elektromagnetische Wellen automatisch in der Beschreibung durch die makroskopischen Maxwell-Gleichungen enthalten, die in Lorentz-Heaviside-Einheiten mit $c = 1$ folgendermaßen lauten:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B} &= 0, & \nabla \times \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} &= 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{D} &= \varrho, & \nabla \times \mathbf{H} - \partial_t \mathbf{D} &= \mathbf{J}.\end{aligned}\tag{8.4}$$

Der Zusammenhang zwischen den fundamentalen Feldern $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ und den effektiven Feldern $\mathbf{D}$ und $\mathbf{H}$ ist mit Hilfe der (elektrischen) Polarisierung $\mathbf{P}$ und der Magnetisierung $\mathbf{M}$ des Mediums folgendermaßen gegeben:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{P}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{M}.\tag{8.5}$$

Eine Inspektion von Gl. (2.7) zeigt, daß in der Gegenwart eines äußeren, statischen Magnetfeldes $\mathbf{B}_0$ und eines zeitabhängigen Axionfeldes φ_a ein Strom $\mathbf{J} = -G\mathbf{B}_0 \partial_t \varphi_a$ und eine effektive Ladungsdichte $\varrho = G\mathbf{B}_0 \cdot \nabla \varphi_a$ gegeben ist. Da die galaktischen Axionen nichtrelativistisch sind, ist der Term $\nabla \varphi_a$ wesentlich kleiner als $\partial_t \varphi_a$, so daß der erste dieser Terme vernachlässigt wird. Offensichtlich kann dann der Strom $\mathbf{J}$ auf die linke Seite der Maxwell-Gleichungen als eine effektive, elektrische Polarisierung

$$\mathbf{P}_{\text{Sikivie}} = -G\mathbf{B}_0 \varphi_a\tag{8.6}$$

genommen werden, so daß in der Abwesenheit eines sonstigen Mediums das Axionfeld mittels $\mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{P}_{\text{Sikivie}}$ in die Maxwell-Gleichungen eingeht. Es handelt sich hierbei mithin um eine mit der Frequenz des Axionfeldes oszillierende, eingeprägte elektrische Polarisierung. Wenn die Region des Feldes $\mathbf{B}_0$ räumlich begrenzt ist, agiert sie wie ein oszillierender, elektrischer Dipol. Dieser Dipol kann einen Mikrowellenschaltkreis treiben und so ein nachweisbares Signal erzeugen.

c) Spin-Resonanz

Der Vergleich der nichtrelativistischen Lagrangefunktion Gl. (2.2), die die Wechselwirkung des Axionfeldes mit Elektronen beschreibt, mit der üblichen Spin-Kopplung an das magnetische Feld zeigt, daß ein System von Elektronenspins auf das Axionfeld reagieren würde wie auf ein magnetisches Feld $\mathbf{H}_a = (g/e) \nabla \varphi_a$. In einem Medium mit der frequenzabhängigen magnetischen Suszeptibilität χ , die ausschließlich auf Elektronenspins zurückgeht, erzeugt das Axionfeld daher eine oszillierende Magnetisierung

$$\mathbf{M}_a = \chi \frac{g \nabla \varphi_a}{e}. \quad (8.7)$$

Im allgemeinen Fall einer nicht-isotropen Suszeptibilität ist χ ein geeigneter Tensor.

Ein solcher Körper würde daher als magnetische Dipolantenne wirken, die man an einen Mikrowellenschaltkreis koppeln könnte. Es ist klar, daß auch in diesem Fall nur dann mit einer Abstrahlung zu rechnen ist, wenn die Antenne ein Isolator ist. Andernfalls induziert die oszillierende Magnetisierung $\mathbf{M}_0$ solche Oberflächenströme, daß das Dipolmoment des ganzen Körpers—abgesehen von Skin-Effekten—abgeschirmt wird. Daher sind Ferromagneten als Materialien für diesen Zweck ungeeignet.

Dieser Einwand gilt jedoch nicht für Mikrowellenferrite¹⁴⁶⁾ und paramagnetische Salze,¹⁴⁷⁾ die eine hohe Konzentration ungepaarter Elektronenspins besitzen, aber elektrisch nichtleitend sind. Die magnetische Suszeptibilität solcher Substanzen kann bei bestimmten Frequenzen im Mikrowellenbereich aufgrund von Resonanzeffekten—paramagnetische Elektronenresonanz bzw. ferromagnetische Resonanz¹⁴⁸⁾—sehr groß werden. Durch äußere Magnetfelder kann die Resonanzfrequenz in einem weiten Bereich nach Belieben eingestellt werden.

In speziell behandelten Proben von Yttrium-Eisen-Granat (Yttrium-Iron-Garnet, YIG) wurden Werte¹⁴⁹⁾ für $|\chi| = O(10^4)$ an der Resonanzstelle gemessen.¹⁵⁰⁾ Diese

¹⁴⁶⁾ W. H. v. AULOCK (Hrsg.), *Handbook of Microwave Ferrite Materials* (Academic Press, New York, 1965). — D. L. HUBER, "Yttrium and rare earth iron garnets", *Landolt-Börnstein, N.S.*, III/4a (1970) 315.

¹⁴⁷⁾ S. A. ALTSCHULER, B. M. KOSYREW, *Paramagnetische Elektronenresonanz* (Harri Deutsch, Zürich, 1964).

¹⁴⁸⁾ CH. KITTEL, *Introduction to Solid State Physics*, 3. Aufl. (Wiley, New York, 1966). — CH. P. SLICHTER, *Principles of Magnetic Resonance* (Springer-Verlag, New York, 1978).

¹⁴⁹⁾ Man beachte, daß hier Lorents-Heaviside-Einheiten benützt werden, in denen das magnetische Feld durch $\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{M}$ gegeben ist, während in Gauß'schen Einheiten dieser Zusammenhang $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$ heißt. Das bedeutet, daß $\chi_{\text{L.H.}} = 4\pi\chi_{\text{Gauss}}$ ist.

¹⁵⁰⁾ E. G. SPENCER, R. C. LECRAW, R. C. LINARES JR., "Low-temperature ferromagnetic relaxation in Yttrium Iron garnet", *Phys. Rev.* **123** (1961) 1937. — Siehe auch Fn. 148.

Messungen wurden mit kugelförmig polierten YIG-Einkristallen mit einem Durchmesser von etwa 0.4 mm durchgeführt. In kommerziell verfügbaren Materialien scheinen Werte für χ zwischen 10 und 1000 typischer zu sein.

Es würde die Möglichkeiten der gegenwärtigen Diskussion bei weitem übersteigen, ein detailliertes Experiment zu entwerfen, das galaktische Axionen mittels dieser Resonanzeffekte nachweisen könnte. Es soll lediglich gezeigt werden, daß man prinzipiell ähnliche Signalstärken wie in einem Sikivie-Experiment erzielen kann, wenn man einen auf Resonanz gestimmten Mikrowellenferrit mit einem Mikrowellenschaltkreis koppelt. Dazu wird lediglich die elektrische Polarisierung $\mathbf{P}_{\text{Sikivie}}$, die in Sikivie-Experimenten den Schaltkreis treibt, mit der Magnetisierung $\mathbf{M}_a$ verglichen, die diese Aufgabe in dem hier vorgeschlagenen Detektorprinzip übernehmen würde.

Zu diesem Zweck wird das effektive Magnetfeld $\mathbf{H}_a = (g/e)\nabla\varphi_a$ durch $(g/e)\mathbf{p}_a\varphi_a = (g/e)m_av\varphi_a$ angenähert. Für die Geschwindigkeit der Axionen setzen wir näherungsweise die Virialgeschwindigkeit $10^{-3}c$ der Galaxie ein. Mit Hilfe der in Kap. 2 definierten Kopplungsstärken ergibt sich dann

$$\frac{|\mathbf{M}_a|}{|\mathbf{P}_{\text{Sikivie}}|} = \frac{1.7 \times 10^{-2} |\chi|}{|\mathbf{B}_0/\text{Tesla}|} m_s 2 \cos^2 \beta, \quad (8.8)$$

wobei die Axionmasse durch den Parameter $m_s \equiv m_a/10^{-5} \text{ eV}$ repräsentiert wird. Für $|\chi| \gtrsim 60$ und $|\mathbf{B}_0| = 1 \text{ Tesla}$ wäre dieser Quotient größer als 1.

Diese Überlegungen deuten an, daß der Effekt der Elektronenspinresonanz—zumindest im Prinzip—erfolgreich ausgenutzt werden könnte, um galaktische Axionen nachzuweisen.

So interessant die Experimente zur Messung galaktischer Axionen auch sind, muß man doch mit der Möglichkeit rechnen, daß kein positiver Nachweis des Vorhandenseins solcher Teilchen in der Galaxie erbracht werden kann. In diesem Fall kann ein Sikivie-Experiment viel eindeutiger interpretiert werden als ein negatives Resultat, das mit einem Spin-Detektor erzielt würde. Der Grund ist, daß die Axion-Kopplung an Photonen verhältnismäßig eindeutig bestimmt ist, während die Kopplung an Elektronen den freien Parameter $\cos\beta$ enthält und—wie im Falle der KSVZ-Axionen—ganz verschwinden kann.

In Anbetracht der großen Schwierigkeiten, die mit diesen Experimenten verbunden sind, bin ich daher der Ansicht, daß der Versuch, die galaktischen Axionen mit einem Spin-Detektor nachzuweisen, nur dann ein lohnendes Projekt wäre, wenn zuvor mit einem Sikivie-Detektor ein positiver Nachweis des galaktischen Axionflusses erbracht werden kann.

In diesem Fall könnte man auch Experimente ins Auge fassen, in denen das Axionfeld Übergänge zwischen verschiedenen Spin-Zuständen freier Atome treibt, etwa zwischen den Hyperfein-Niveaus des Wasserstoff-Grundzustandes. Die Energieunterschiede solcher Niveaus liegen typischerweise im Mikrowellenbereich und können durch externe Magnetfelder gesteuert werden (Zeeman-Effekt). Wenn man die genaue Frequenz des Axion-Feldes kennen würde, wären Experimente, in denen man die Übergänge einzelner Atome nachweist, vielleicht marginal möglich.

8.3 Nachweismöglichkeiten solarer Axionen

Ein weiterer Axionenfluß, der sich eventuell für eine Laboratoriumsmessung eignen würde, ist der von der Sonne zu erwartende Strom solcher Teilchen. Sie würden Energien von der Ordnung der Temperatur des Sonneninneren besitzen, d.h. $E_a = O(\text{keV})$. Daher müßten Experimente zu ihrem Nachweis völlig anders konzipiert werden als die oben diskutierten Vorschläge zur Messung galaktischer, nichtrelativistischer Axionen.

Experimente, die den solaren Axionenfluß messen sollen, stehen in einem komplexen Verhältnis zu den Versuchen, das galaktische Axionfeld nachzuweisen. Entweder liegt nämlich der Peccei-Quinn-Parameter in der Nähe des unteren Endes des noch zugelassenen Intervalls, also $v_{PQ} = O(10^9 \text{ GeV})$, so daß ein solarer Axionenfluß entsteht, der stark genug ist, um im Labor nachgewiesen zu werden; dann bilden Axionen aber nicht die dunkle Materie in Galaxien. Oder es gilt $v_{PQ} = O(10^{12} \text{ GeV})$, wenn nämlich Axionen den Hauptbestandteil der dunklen Materie bilden; dann ist der aus der Sonne zu erwartende Fluß weit unterhalb der Schwelle eines möglichen Nachweises.

Ein erster Vorschlag beruht wiederum auf dem Primakoff-Effekt in einem makroskopischen Magnetfeld.¹⁵¹⁾ Die Axionen würden sich in Röntgenquanten verwandeln, die dann nachgewiesen werden könnten. Die erwarteten Zählraten sind allerdings so klein, daß an eine praktische Realisierung dieser Möglichkeit wohl nicht zu denken ist.

Eine weitere, interessantere Möglichkeit besteht darin, die Axionen bolometrisch nachzuweisen. Da die solaren Axionen keV-Energie besitzen, können sie leicht Atome mittels ihrer Wechselwirkung mit Elektronen ionisieren, ein Effekt, der in Analogie zum photoelektrischen Effekt als "axioelektrischer Effekt" bezeichnet worden ist.¹⁵²⁾ Der Wirkungsquerschnitt für solche Reaktionen ist bei jenen Atomen besonders groß, die Elektronen mit Bindungsenergien von der Ordnung der Photon- bzw. Axionenergien haben. Wenn die Atome in einem Festkörper gebunden sind, zeigt sich die Energie des absorbierten Axions letztlich als Wärme.

¹⁵¹⁾ SIKIVIE (Fn. 141).

¹⁵²⁾ S. DIMOPOULOS, G. D. STARKMAN, B. W. LYNN, "Atomic enhancements in the detection of weakly interacting particles", *Phys. Lett.* **168 B** (1986) 145.

Es ist in letzter Zeit gezeigt worden, daß Wärmemengen im keV-Bereich durch makroskopische Geräte gemessen werden können, insbesondere durch supraleitende Kolloid-Detektoren.¹⁵³⁾ DIMOPOULOS et al.¹⁵⁴⁾ zeigen, daß dieses Detektorprinzip geeignet wäre, den solaren Axionfluß zu messen, wobei sie von einem Wert von 4×10^7 GeV für den Peccei-Quinn-Parameter ausgehen. Sie behaupten, daß dann eine Ereignisrate zu erwarten sei, die um einen Faktor $10^5 - 10^6$ über derjenigen liege, die zum Nachweis von Neutrinos mit diesem Detektorprinzip anvisiert wird.

Inzwischen sind die Schranken an v_{PQ} durch die hier vorgelegte Arbeit und die von DEARBORN et al.¹⁵⁵⁾ auf etwa $v_{PQ} > 10^9$ GeV angehoben worden. Die Ereignisrate bei der Axionmessung variiert mit $(v_{PQ})^{-4}$, da die axionische Feinstrukturkonstante α_{aee} (siehe Kap. 2) proportional zu $(v_{PQ})^{-2}$ ist und diese Zahl sowohl in die Erzeugungsrate in der Sonne wie auch in die Absorptionsrate im Detektor eingeht. Wenn man also das Ergebnis von DIMOPOULOS et al. um einen Faktor $(4 \times 10^7 \text{ GeV} / 10^9 \text{ GeV})^4 = 2 \times 10^{-6}$ reduziert, verbleibt doch die marginale Möglichkeit, den solaren Axionfluß auf diese Art zu messen.

Die Untersuchung von DIMOPOULOS et al. basiert allerdings auf den alten Emissionsraten von FWY und KMW,¹⁵⁶⁾ die in Kap. 4 und 5 hinlänglich kritisiert worden sind. Es erscheint daher sinnvoll, eine Neuberechnung des solaren Axionspektrums vorzulegen, das auf den Bremsstrahlungsprozessen und dem Compton-Prozeß beruht. Der Primakoff-Prozeß, der durch Abschirmeffekte stark unterdrückt ist, spielt nur noch dann eine wichtige Rolle, wenn die Axionen, wie im KSVZ-Modell, keine Wechselwirkung mit Elektronen besitzen. In diesem Fall ist das hier diskutierte Detektorprinzip aber ohnehin obsolet.

Die Diskussion von DIMOPOULOS et al. ist unnötig kompliziert, weil der auf dem Primakoff-Effekt beruhende Axionfluß, den sie für dominierend hielten, auf der Axion-Photon-Kopplung $\alpha_{a\gamma\gamma}$ basiert, während die Zählrate des Detektors durch die Axion-Elektron-Kopplung α_{aee} bestimmt wird. Diese beiden Kopplungskonstanten hängen in unterschiedlicher Weise von den freien Parametern v_{PQ} und $\cos \beta$ der Axionmodelle ab. Durch die Unterdrückung der solaren Primakoff-Rate spielen nur noch der Compton-Effekt und die Bremsstrahlungsprozesse für die Ausstrahlung von Axionen eine wesentliche Rolle, so daß der solare Axionfluß nur noch von einem freien Parameter, nämlich α_{aee} , abhängt.

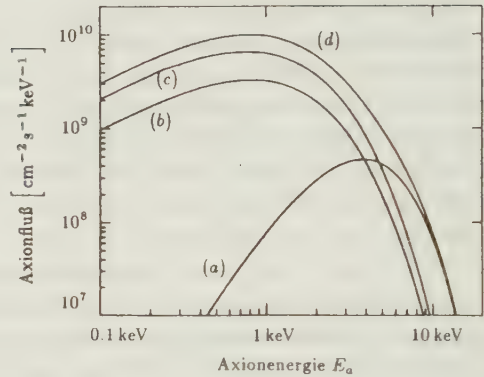
¹⁵³⁾A. K. DRUKIER, L. STODOLSKY, "Principles and applications of a neutral-current detector for neutrino physics and astronomy", *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2295.

¹⁵⁴⁾DIMOPOULOS, STARKMANN & LYNN (Fn. 152).

¹⁵⁵⁾DEARBORN, SCHRAMM & STEIGMAN (Fn. 76); siehe auch die Diskussion auf S. 39f und 73.

¹⁵⁶⁾FUKUGITA, WATAMURA & YOSHIMURA (Fn. 63). — KRAUSS, MOODY & WILCZEK (Fn. 69).

Fig. 7 Differentieller Fluß solarer Axionen bei der Erde aufgrund der Axion-Elektron-Kopplung. Falls α_{aee} von 10^{-26} abweicht, sind alle Werte mit $\alpha_{26} = \alpha_{aee}/10^{-26}$ zu multiplizieren.
 (a) Comptonprozeß.
 (b) Bremsstrahlung aus Elektron-Elektron-Stößen.
 (c) Elektron-Kern-Stöße.
 (d) Summenspektrum.



In Analogie zu Kap. 6 wird er durch den Quotienten $\alpha_{26} \equiv \alpha_{aee}/10^{-26}$ gekennzeichnet der von der Ordnung 1 ist, wenn $v_{PQ} = 1 \times 10^9$ GeV und $2 \cos^2 \beta = 1$ sind. Durch die in § 6.3 untersuchte Kühlgeschwindigkeit weißer Zwerge lautet eine konservative, obere Schranke an diese Kopplung $\alpha_{26} < 1$.

Axionproduktion durch	Energiefluß [erg cm ⁻² s ⁻¹]	Anzahlfluß [cm ⁻² s ⁻¹]	Mittl. Energie [keV]
$\gamma + e^- \rightarrow e^- + a$	21.8	0.27×10^{10}	5.09
$e^- + Ze \rightarrow Ze + e^- + a$	42.4	1.51×10^{10}	1.75
$e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + a$	22.2	0.78×10^{10}	1.78
Summe	86.4	2.56×10^{10}	2.11

Tab. VII Solarer Axionfluß bei der Erde aufgrund der Axion-Elektron-Kopplung. Wenn die Kopplungskonstante α_{aee} von 10^{-26} abweicht, sind die Flüsse mit $\alpha_{26} = \alpha_{aee}/10^{-26}$ zu multiplizieren.

Mit Hilfe von Gl. (4.31) und (5.16) ergibt sich dann der in Fig. 7 dargestellte, differentielle Anzahl-Fluß solarer Axionen, der auf den Abstand der Erde normiert worden ist. In Tab. VII ist der totale Anzahlfluß bei der Erde aufgrund der verschiedenen Emissionsprozesse, der totale Energiefluß und die mittlere Energie der Axionen aus den einzelnen Prozessen aufgeführt. Diese Werte ergeben sich durch numerische In-

tegrationen über die ganze Sonne mit Hilfe eines Standardmodells.¹⁵⁷⁾ Für $\alpha_{26} < 1$ ist die Axionemission der Sonne nur ein kleiner Bruchteil ihrer Energieerzeugungsrate (man vergleiche die Solarkonstante von $1.36 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ mit den Einträgen in Tab. VII), so daß die Axionemission nur eine winzige Störung dieses Standardmodells hervorrufen würde.

Man kann folgern, daß es nicht völlig ausgeschlossen ist, daß der solare Axionfluß in einem Laborexperiment nachgewiesen werden kann, falls $\alpha_{26} = O(1)$ ist und falls die anvisierte Empfindlichkeit der erwähnten Tieftemperaturdetektoren wirklich erreicht werden kann.

Nach der Einreichung dieser Disseration wurden Resultate veröffentlicht, die den Axionfluß von der Sonne experimentell einschränken.¹⁵⁸⁾ Diese Ergebnisse beruhen auf der Abwesenheit von Signalen in einem Germanium-Spektrometer, das zur Messung neutrinolosen Doppelbetazerfalls konstruiert worden ist. Solare Axionen würden in diesem Detektor aufgrund des axioelektrischen Effekts Signale hervorrufen.

Es ist bemerkenswert, daß in wenigen Monaten eine verbesserte Version dieses Experimentes voraussichtlich erlauben wird, den Axionfluß der Sonne auf weniger als 40% ihrer Photoluminosität einzuschränken. Falls dies tatsächlich gelingt, sind die so abgeleiteten Schranken besser als die in §6.1 diskutierten. Sie bleiben aber weit unter denjenigen zurück, die durch die Kühlzeiten weißer Zwerge gewonnen wurden. Dennoch haben diese neuen Resultate den unbestreitbaren Vorzug einer direkten Messung.

¹⁵⁷⁾BAHCALL et al. (Fn. 67).

¹⁵⁸⁾F. T. AVIGNONE et al., "Laboratory limits on solar axions from an ultralow background germanium spectrometer", SLAC-PUB-3872 (January 1986, subm. to *Phys. Rev. D*).

Schlußbemerkung

Der Bogen ist nun von den experimentellen Erkenntnissen, daß die CP-Symmetrie im Rahmen der starken Wechselwirkung erhalten ist, über die Astrophysik und Kosmologie zurück zu der Fragestellung gespannt worden, ob die "unsichtbaren" Axionen in einem Laborexperiment nachgewiesen werden können.

Es hat sich gezeigt, daß die freien Parameter der Axionmodelle mit Hilfe von empirischen, astrophysikalischen und kosmologischen Erkenntnissen so eingeschränkt werden können, daß die Peccei-Quinn-Skala und die Axionmasse im Falle des DFS-Modells durch

$$\begin{aligned} 10^9 \text{ GeV} &\lesssim v_{PQ} \lesssim 10^{12} \text{ GeV}, \\ 10^{-2} \text{ eV} &\gtrsim m_a \gtrsim 10^{-5} \text{ eV} \end{aligned}$$

eingeschränkt werden können.

Im Falle des KSVZ-Modells, in dem die Axionen nicht an Elektronen koppeln, lauten die entsprechenden Schranken

$$\begin{aligned} 10^7 \text{ GeV} &\lesssim v_{PQ} \lesssim 10^{12} \text{ GeV}, \\ 1 \text{ eV} &\gtrsim m_a \gtrsim 10^{-5} \text{ eV}. \end{aligned}$$

Die astrophysikalischen Schranken sind detailliert auf S. 78 und 79 tabelliert.

Wenn die Axionen existieren, und wenn ihre Parameter in der Nähe der "linken Seite" des noch offenen Parameterfensters liegen, dann spielen sie eine wichtige Rolle bei der Entwicklung und Kühlung von roten Riesen, weißen Zwergen und Neutronensternen. Der solare Axionfluß könnte dann vielleicht in einem Laborexperiment nachgewiesen werden. Wenn die Parameter in der Nähe der "rechten Seite" dieses Fensters liegen, dominieren die Axionen die dynamische Entwicklung des Universums und stellen den Hauptbestandteil der dunklen Materie im Universum dar. Dann kann möglicherweise der galaktische Axionfluß gemessen werden, und es ist denkbar, daß hierfür ein Spin-Resonanz-Experiment entworfen werden kann.

Bei der Untersuchung der Ausstrahlung von Axionen aus dem Inneren der Sterne konnten neue Erkenntnisse über die Bedeutung von Korrelationen der Bewegung der Teilchen in einem Plasma für ihre Reaktionsraten gewonnen werden. Diese Resultate sind über das Axionproblem hinaus von Bedeutung.

Ich schließe diese Arbeit mit einem italienischen Sprichwort, das ROBERTO PECCEI an das Ende einer Übersicht über das Axionproblem¹⁵⁹⁾ gestellt hat: "Se sono rose fioriranno." — "Wenn es Rosen sind, werden sie blühen."

¹⁵⁹⁾R. D. PECCEI, "Theoretical status of axions", Proc. Neutrino '81, Maui, Hawaii, 1981.

Lebenslauf

Name: GEORG GOTTFRIED RAFFELT

Geboren: 14. November 1956, München

Eltern: Dipl.-Ing. GOTTFRIED RAFFELT, Beratender Ingenieur für Bauwesen, selbständig; MARGARETHE RAFFELT, geb. HASE, Sekretärin.

Ausbildung:

1963-1967	Volksschule an der Lenbachallee, Ottobrunn.
1967-1975	Asam-Gymnasium, München.
1975	Abitur, Asam-Gymnasium, München.
1975-1976	(15 Monate Wehrdienst).
1976-1977	1 Semester Bauingenieurwesen, Technische Universität München.
1977-1979	Physikstudium, Ludwig-Maximilians-Universität, München.
1979-1981	5 Trimester "graduate student" im Department of Physics, University of California, Berkeley.
1981	Master of Arts degree, Univ. of California, Berkeley.
1981-1983	Fortsetzung des Studiums an der Universität München.
1983	Diplom in Physik.
gegenwärtig:	Doktorand am Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München.

